Math. P. 179

Mathes. Geomet. applicat. p. 444.

R

Die Geometrie

in ihren

Grundsätzen und Ausübungen

mit besonderer Anwendung

auf

Landeskultur und Forstwissenschaft.

Mit 18 Kupfertafeln.

München,

bey Joseph Lindauer, 1793.

BIBLIOTHECA
REGIA
MONACENSIS.

Bayerische
Staatsbibliothek
München

Vorrede
des Verfassers.

Auch alte und längst besser gesagte Wahrheiten und Lehren finden oft, je nachdem die Einkleidung ist, in der sie erscheinen, bey einem oder andern Kopfe einen Eingang, oder vielleicht bey ungleich besseren Vorträgen aufgegeben war.

Selbst Sachkündige finden es zuweilen nicht unangenehm, die ihnen vollkommen bekannte Wissenschaft auf einem etwas andern Fuße behandelt zu sehen, den fremden Ideen-Gang mit dem ihrigen zu vergleichen. Darum geht auch dieß Produkt mancher meiner Musen-

stunden, da es nun einmal geschrieben ist, aus, zu versuchen: ob und wo es noch sonst nützen könne. Andere Prätensionen würden ihm mit Unrecht schuld gegeben werden.

An diesem Zweck hängt darum dessen Entstehungs-Geschichte, die, so unwichtig sie ist, doch jenen besser beleuchtet.

Ich, dessen Berufsgeschäfte auf dem Lande weder die Geometrie, noch die Landeskultur, und Forstwissenschaft unmittelbar betreffen, hatte den Antrag erhalten, und ward ersucht, also auch gereitzt, in erster, bey gefundenen Freystunden, Lehrlinge — nicht zu Geometers zu machen, sondern sie — eigentlich nur zu derley Dilettanten zu bilden; dabey schienen mir aber (es versteht sich: nur für die Umstände, in denen ich mit jenen war) die wenigst mir bekannten

geometrischen Lehrbücher immer zuviel oder zu wenig sagend; selbst die beßten, die ich kannte, mußte ich ungebraucht lassen. Es war mir aber auch zu oft aufgefallen, Geometer zu sehen, die, wenn sie die Mensul zu drehen, und das wie immer aufgenommene schön zu zeichnen wissen, sich schon als gemachte Leute betrachteten, und mit einer unleidlichen Selbstzufriedenheit sich an die wichtigsten Geschäfte wagten, ohngeachtet sie weder die Richtigkeit ihrer Arbeit zu beweisen, und in Arbeits-Protocollen vorzulegen, noch bey den kleinsten, manchmal sogar lächerlichen Anständen sich durch solide Grundsätze aus der Verlegenheit zu helfen verstanden, sogar (woran, als dem beßten Prüfstein, man ohnehin seinen Mann allemal am kürzesten kennen lernt) über die Trigonometrie gar nicht, oder wenigst

als

als über etwas sehr unnützes, sehr entbehrliches, übel zu sprechen waren; oft von den nöthigen oder anständigen Nebenkenntnissen nichts besassen, nichts zu bedürfen glaubten.

So sollten nun meine Leute nicht werden.

Ich schrieb also für die, deren Aufmerksamkeit ich gewonnen hatte, stückweis das Gegenwärtige, so wie ich von ihnen am leichtesten und doch am gründlichsten verstanden zu werden hoffte. Und nach diesem habe ich sie, nachdem sie vorher in Zeit von etwa 2 Monathen die gemeine, und Buchstaben-Rechenkunst, so weit sie's hier brauchten, glücklich erlernet hatten, unterrichtet; vielmehr: nach solchem Aufsatz ließ ich sie die Geometrie lernen. Nur ihre Anstände wurden von mir gehoben, ihre Zweifel gelöset.

Dieser Gang nun, und die Erinnerung: wie sonderbar ich einst selbst, und dann jene zu geometrischen Kenntnissen aufgeweckt wurden, und gelangten, brachte mich auf den Gedanken, daß es nicht blos unschädlich, sondern auch vielleicht nicht ganz ohne Nutzen wäre, diesen Aufsatz gemeiner zu machen, weil fast jedem Kopfe eine andere (wenn schon etwa nicht allemal gerade die beßte) Leitung behagt; und Vergnügen genug für mich, wenn ich im Stillen sähe, daß auch nur einer oder zwey Leser dadurch zur Geometrie gewecket würden!

Daß ich die Kenntniß der gemeinen, der Decimal — und Logarithmen-Rechnung, und der Algebra ꝛc. voraus setze, ist erkläret; und da es schon Herr Hofrath Kästner überhaupts keinem Gelehrten verzeiht hierinn fremde zu seyn, so soll, denke ich: sich wenigst Niemand

als

als einen Geometer ansehen lassen wollen, der dieselbe nicht inne hat. Ohnehin braucht man zur Geometrie, so, wie sie hier erscheint, nur erst auf die leichtesten Gleichungen gekommen zu seyn, und wie sehr wäre der zu bedauern, der nicht in einem Monathe bey mittelmäßigem Unterricht dazu gelangte, und doch — gründlicher Geometer werden wollte.

Ich weis es: Ich hätte mich oft kürzer fassen, manches ohne Nachtheil auslassen können. Aber — vielmalige Korrekturen konnten mein Geschäft nicht seyn, und ich entschuldigte mich selbst immer am leichtesten mit meinem Zweck, den angehenden Geometer oder auch den Dilettanten, nicht nur fest, sondern auch fertig zu machen, und ihn wohl durchzuhetzen. Auch war mir, daß er nicht einmal historische Kenntniß

niß der Kegelschnitte haben sollte, wie- zu wenig, und doch glaubte ich mir bey solchem Geschäft noch den Kalkul des Unendlichen ersparen zu dürfen, der bey gewöhnlichen geometrischen Verrichtungen — auch bey Landeskultur und Forstwissenschaft — ohnehin meist ausser Gebrauch zu bleiben, kaum jemals nothwendig zu seyn pfleget. Das Parallelzeichen, so ich, statt bey ∓ mit einfachem, mit doppeltem Perpendikularstriche geben wollte, kömmt nur aus Verstoß der Giesserey mit ∓ vor.

Dem Beruf des Geometers öfter nachdenkend dachte ich mir ihn natürlicherweise bey seiner Arbeit auf dem Lande; ich dachte mir seine volle Brauchkeit. Die Herstellung, Berichtigung, Verbesserung der Salbücher, die Urbarmachung der Moose, oder öder Gründe, die Landeskultur überhaupts,

die Theilungen der Gemeinheiten — und was steht der Landeskultur mehr im Wege als die Gemeinheiten? — Die Forstwwissenschaft ꝛc. ꝛc. ꝛc. waren mir Gegenstände, die alle aus Büchern allein zu lernen ich freylich niemand rathen wollte, worüber aber ein Geometer, der mit Ehre bestehen, der nützen, der dem Staate brauchbar seyn will, schlechterdings tiefere und weitere Kenntnisse, als beynahe jeder andere haben soll. Hier zwar darf er diese nicht in ihrem Umfang suchen, aber die Winke, was er darinn zu erlernen habe, und wo er Unterricht finde.

Aber nochmal! nur nicht allein in Büchern allein wolle er diesen suchen.

Die Kultur der Moose also besonders, die Abtheilung gemeiner Gründe, die Forstwissenschaft haben indessen hier,

wenn

wenn ich mir nicht zuviel schmeichle, vielleicht brauchbare, freylich nicht hinlängliche Bemerkungen erhalten. Wer würde oder könnte aber auch diese Materien in einem solchen Buche — will nicht sagen: erschöpfen — nur etwas umständlich behandeln? Der Leser, der nur diese Bemerkungen, mit Umgehung alles Geometrischen, zu lesen verlangt, kann den 2ten Theil 60sten § und was *folgt*, vor sich nehmen.

Daß nun auch daselbst vieles schon von andern abgehandelte vorkömmt, ist wahr. Aber so weit ist's noch nicht gekommen, daß das einmal gesagte von einem andern, der's in einer etwas anderer Ordnung denkt, bey weitem nicht wieder gesagt werden dürfe.

Wer also dennoch das ganze Buch seiner Erwartung nicht entsprechend,

wer vielleicht zu wenig darinn findet, dem muß ich mich gleichwohl nochmal, und wie im Anfang mit meinem Zweck, mit meiner Lage entschuldigen.

Der Vorwurf: wenig oder nichts neues gesagt zu haben, ist allmal leicht, auch hier aber um so leichter mitzunehmen, da vielleicht Bako noch jetzt nicht ganz Unrecht hätte, wenn er, wie *Lib. III. de augm. Scient.* sagte:

Euclidis laboribus in geometricis nihil additum est a sequentibus, quod intervallo tot Seculorum dignum sit, et Doctrina de solidis nec a veteribus nec a modernis pro rei usu et excellentia instructa et aucta est.

§. 1.

Eine **Größe** ist, was nach der Länge, Weite, oder Tiefe ausgedehnt, was theilbar ist; der **Punkt** ist der Anfang jeder Größe, selbst in Gedanken untheilbar; und die **Linie** ist die einfache Ausdehnung des Punktes. (Fig. 1.)

Anm. Sie ist gerade, wenn sie zwischen 2 Endpunkten a und b die kürzeste ist, und gilt als Maß aller Abstände; außerdessen krumm. Richtiger ist zwar gesagt: daß die **Fläche** die Gränze eines Körpers oder Raumes; die **Linie** die Gränze einer Fläche; der **Punkt** die Gränze einer Linie sey. Doch dienet obige Bestimmung des Punktes, um hier die Voraussetzung des Körpers und der Fläche zu ersparen.

§. 2.

Läuft ein Punkt um einen andern festen Punnkt in einer immer gleichen Entfernung, und schließt

sich wieder an seinen Ausgang, so beschreibt er einen Zirkel, dessen Gränze (der Weg des beweglichen Punktes) heißt **Peripherie**. (Fig. 2.)

Ein Theil dieser letzten heißt **Bogen**, z. B. a b. Jede gerade Linie von einem geraden Peripheriepunkt zum andern schneidet einen Bogen, und heißt **Sehne**, **Chorde** z. B. Die Sehne a b.

Jede Sehne, die durch den Mittelpunkt geht, heißt **Durchmesser** oder **Diameter**. Z. B. Der Diameter a d.

Jeder halbe Diameter, oder jede gerade Linie vom Mittelpunkt zur Peripherie, ist dessen Abstand von solcher, und heißt: **Radius**, z. B. der Radius a c, oder e c. **Jeder Radius** also **im nämlichen Zirkel ist dem andern gleich.**

Jede Linie, so von assen nur an einem Punkte der Peripherie vorbey streift, heißt **Tangente**. Z. B. Tangente d g.

§. 3.

Sind mehrere obwohl ungleiche Zirkel in einander, und haben den nämlichen Mittelpunkt; so

so heissen sie (Fig. 3.) **konzentrische**, außer dessen **exzentrische** Zirkel. (Fig. 4.)

§. 4.

Bey dem Ausgange zweyer Linien aus einem **gemeinschaftlichen Punkte**, in **verschiedene** aber **nicht ganz entgegengesetzte** Richtungen entsteht ein **Winkel**, und wird mit dem Winkelbuchstabe in der Mitte benannt. (Fig. 5.) z. B. der Winkel b a c, nicht a c b, noch a b c.

5. §.

Wenn die Linie b c auf a c lag (Fig. 6) dann bey c blieb, mit b aber sich fortbewegte; so beschrieb sie mit b den Bogen a b, sodann b d, d e, e a, und machte bey c verschiedene Winkel; außer wo sie mit b zu d und wieder zu a kam. (§. 4.) Der Winkel b c a < b c d, so wie der Bogen b a < b d, der Winkel d c e = e c a, denn auch der Bogen d a = e a. Je größer also der Bogen, desto größer ist sein Winkel, und gleiche Winkel haben gleiche Bogen. **Der Bogen ist das Maß deß Winkels.**

§. 6

Die Abtheilung der ganzen Zirkellinie ist angenommen zu 360 Graden (360°) (dieß war

willkürlich, es könnten deren mehere, es könnten wenigere seyn, nur leidet diese Zahl die meisten reinen Theilungen; doch und eben darum theilen auch einige den Zirkel zu 384, den Quadranten zu 96°) jeder Grad wird wieder zu 60 Minuten (60′) und jede Minute zu 60 Sekunden (60″) u. so w. genommen: größere Zirkel haben nicht mehrere, nur größere Grade: Minuten, Sekunden ꝛc. und darum ist der Bogen a b (Fig. 7.) als Winkelmaß nicht kleiner, als d e, noch als g h, und die Linien h c und g c machen bey c den nämlichen Winkel, den a c und b c, d c, und e c dort machen; das ist: W. h c g = a c b = d c e; **die Verlängerung, oder Verkürzung eines, oder beyder Schenkeln also ändert den Winkel nicht.**

§. 7.

Die Linie c b, als sie mit b zu d kam (Fig. 6.) hatte den halben Zirkel, also einen Bogen von 180° beschrieben (§. 6.) und machte mit a c bey c keinen Winkel mehr. (§. 4.) Als b von d zu e kam, war der Bogen d e = $\frac{1}{4}$ Zirkel = 90°, das nämliche war zwischen e c und a c; der Winkel a c e + e c d = 90 + 90 =

180

$180 = dcb + bca$. Nun ist $dcb > ecd$ und $bca < ecd$; es wird aber ein Winkel von 90° ein **rechter** Winkel, der, so mehr als 90° hat, ein **stumpfer**, der so weniger als 90° hat, ein **spitziger** genannt. Also ist bcd ein stumpfer, $ecd = ace$ ein rechter, acb ein spitziger Winkel: und da die Sehne des Winkels mit diesem ab, oder zunimmt; so **haben im nämlichen Zirkel gleiche Sehnen gleiche Bogen, und umgekehrt.**

§. 8.

Zween Winkel, die eine gemeinschaftliche Seite mit einander haben, heissen einer des andern **Nebenwinkel.** (Fig. 8.)

§. 9.

Zween Nebenwinkel, die zusamm 180° haben, heissen einer des andern **Supplementwinkel** (Fig. 9.)

Wenn also einer derselben bekannt ist, so ist es auch der andere; denn $180 - acb = bcd$ und $180 - bcd = acb$.

Und **der rechte Winkel ist seinem Supplementwinkel gleich.** So können auch mehrere Nebenwinkel zusamm $= 180$ seyn:

§. 10.

§. 10.

Wenn sich 2 Linien a c, b c über ihren Winkel c hinaus verlängern, so entstehen **Vertikalwinkel**, (Scheitelwinkel). (Fig. 10.) a c b ist vertikal zu d c e und a c d zu b c e.

§. 11.

Alle Vertikalwinkel sind einander gleich: also ist $bce = dea$ und $acb = dce$.

Beweis. $bca + acd = 180$, $dce + acd = 180$.

$bca \pm acd = dce \pm acd$ also $bca = dce$.

§. 12.

Wenn 2 Linien immer gleiche Entfernung halten, bey was immer für einer Verlängerung sich also nie zusamm, oder von einander neigen, also nie in einen gemeinschaftlichen Punkte zusammen kommen, darum nie einen Winkel bilden würden; so heissen sie **Parallellinien.**

Ihr Zeichen ist ǂ, also (Fig. 11.) ab ǂ cd.

§. 13.

Darum werden zwischen solchen ǂ Linien 2 andere Parallellininien allemal gleich lang seyn.

(Fig. 12.)

(Fig. 12.) ist $eg = mn$. Beweis: wäre $eg < mn$ also mn z. B. $= mo$, so würde cd über co, gehen, und nicht mehr ‡ ab seyn. Ohnehin ist jeder Perpendikl zwischen 2 ‡ Linien das Maß ihres Abstandes, also ꝛc.

§. 14.

Wenn zwey Parallellinien von einer dritten durchschnitten werden; so sind die Winkel $m = e$ $p = f$, $n = g =$ und $o = h$. (Fig. 13.) weil, wenn die oberen Winkel anders, als die untern ausfielen, die obere Linie zur untern eine Neigung, also keine parallelle Richtung hätte. (§. 12.)

Die Winkl p und g, m und h aber heissen die **äußern** n und f, o und e die **innern Wechselwinkel.**

§. 15.

Die Wechselwinkel sind einander gleich. Oder $m = h$, $p = g$, $n = f$, und $o = e$.

Be-	$m = e$	§. 14.	$g = n$	$n = p$	$o = m$.
weis.	$h = e$	§. 11.	$p = n$	$f = p$	$e = m$.
also	$m = h$		$p = g$	$n = f$	$o = e$.

Und so ist $m = o = e = h$ und $p = n = f = g$.

Anm. Daraus erweiset sich auch $a = b + c$, denn wenn $a\,d$ ‡ gezogen wird, so ist $b\,a\,d = b$, und $c\,a\,d = c$, also $b + c = b\,a\,d + c\,a\,d = a$.

§. 16.

Die Summe der gegenüber stehenden innern oder äußern Winkel $= 180°$, oder $e + f = n + o = p + h = m + g = 180°$.

Beweis. $n = f$ (§. 15.) und $n + o = 180°$; also auch $o + f = 180°$, u. s. f. **Sind also bey 2 durchschnittenen Linien die 2 innern oder äußern zween entgegengesetzten Winkel zusamm $= 180°$, oder sind sich die Wechselwinkel gleich; so folgt: daß bemeldte 2 Linien zu einander ‡ seyen.**

§. 17.

Zur gegebenen Linie $a\,b$ (§. 14.) wird die ‡ $c\,d$ in willkührlicher Entfernung e gezogen, wenn aus dem willkührlichen Punkte m auf $a\,b$ der Bogen $k\,e$ und aus b mit gleichen Radius der Bogen $l\,n = k\,e$, sodann über e und n die Linie $c\,d$ gezogen wird, ‡ $a\,b$.

Be-

Beweis. Man ziehe aus e mit dem Radius m e den Bogen mo = ke = ln so ist meo = kme also cd ‡ ab (§. 16.)

§. 18.

So wird in der gegebenen Entfernung h der Bogen ef, und mit dem nämlichen Radius aus e der Bogen hg gezogen, ef = hg genommen, und durch h f die Linie c d ‡ abgezogen. (Fig. 15.)

§. 19.

Jede Linie, die zur Oberfläche des ruhig stehenden Wassers ‡ ist, heißt **Horizontallinie.**

§. 20.

Da aber die Erde schier kugelförmig ist, und das Wasser derselben Figur sich sogleich stellt, daß alle Punkte seiner Oberfläche gleich weit vom Mitteipunkte der Erde abstehen, also eine krumme Oberfläche bilden; so ist auch (Fig. 16.) die **wahre Horizontallinie**, m n (‡ ab) krumm; die gerade Linie mo aber nur die **scheinbare Horizontallinie.**

§. 21.

Eine Linie, die auf der andern so gerade steht,

daß

daß sie sich auf keiner Seite zur selben neiget, sondern mit ihr einen rechten Winkel macht, heißt Perpendikularlinie.

Kürze halber wird der Perpendikel allemal mit Pkl geschrieben.

§. 22.

Ist eine Linie perpendikulär zur Horizontallinie, so heißt sie Vertikallinie.

(Fig. 16.) ist ag, auch mg, und ac eine Vertikallinie.

§. 23.

Aus dem auf der Linie ab gegebenen Punkte c, wird der Pkl errichtet, wenn ce = ea genommen, aus a und e schneidende Bogen in d gezogen werden; so ist de der Pkl. (Fig. 17.)

Beweis. ac = ec und ad = ed, also neigt sich d auf keine Seite.

§. 24.

Von dem außerhalb der Linie ab gegebenen Punkte e wird der Pkl auf ab gestellt, wenn dem willkührlichen Radius cd der Bogen de, und aus d und e mit gleichem Radius die schnei-

den-

beyden Bogen in g gezogen werden, so giebt cg die Linie ch oder den Pkl (Fig. 18.)

§. 25.

Am Ende a der gegebenen Linie ab wird der Pkl errichtet, wenn wenn aus dem willkührlich (doch nicht zu fern, und näher bey a als b) angenommenen Punkt c mit dem Radius ac der Bogen daf, sodann der Diameter df, und die Sehne af gezogen wird, so der Pkl ist (Fig. 19.)

Beweis. Wenn da über a hinaus um ad verlängert wird, nämlich ag = ad, und ist af = gf, so ist auch die Neigung gleich. Einen andern Beweis sieht man unten §. 68. Man kann auch vom Punkt c eine der Linie ca gleiche Linie cd auf ab einlassen, diese Linie cd über c hinaus verdoppeln bis f = df, so giebt sich auch af.

§. 26.

Ein (wie gemeldet: von Linien) begränzter Raum heißt eine **Figur**. Jede Fläche also (und von der ist hier die Rede) ist eine Figur. Sie ist nach Beschaffenheit der Linien **geradlinicht**, oder **krumlinicht**. **Zwey gerade Linien ma-**

chen noch keine Figur; auch mehrere nicht, wenn sie sich nicht schliessen. (Fig. 20.) Jede geradelinigte Figur hat so viele Seiten als Winkel (Ecke) wird auch nach der Zahl solcher Ecke ein Dreyeck, Viereck, Vieleck ꝛc. genannt. Jeder Winkel aber, der den Scheitel an der Figur heraus wirft, heißt ausspringender, (wie Fig. 21. der Winkel m) der aber den Scheitel herein wirft, (wie der Winkel n) heißet einspringender Winkel.

§. 27.

Ein Triangel (Dreyeck) wird mit dem Zeichen △ angezeiget, und man betrachtet ihn entweder nach seinen Winkeln, oder nach seinen Seiten.

Der △ { Der einen rechten Winkel hat, heißt rechtwinklicht. (Fig. 22.)
Der einen stumpfen hat, stumpfwinklicht. (Fig. 23.)
Der alle 3 Winkel spitzig hat, spitzwinklicht. (Fig. 24.) }

(Der

Der 3 gleiche Seiten hat, **gleichseitig.** (Fig. 25.)
Der nur 2 gleiche Seiten hat, **gleichschenklicht.** (Fig. 26.)
Der alle 3 Seiten ungleich hat, **ungleichseitig,** (oder Skalenum) (Fig. 27.)

§. 28.

In zweyen oder mehreren △ △ die unter sich immer einen und den andern Winkel oder Seite gleich haben, heissen eben jene Seiten **gleichnamig,** die an gleichen Winkeln liegen, und insgemein nur mit dem nämlichen, doch ungleich großen Buchstaben geschrieben zu werden pflegen. So wie (Fig. 28.) AB zu ab, BC zu bc gleichnamig sind. **Gleichnamige Winkel** aber heissen jene Winkel, so zwischen solchen gleichnamigen Seiten sich befinden: z. B. ABC ist gleichnamig zu abc.

§. 29.

Triangel, deren gleichnamige Winkel also ohnehin gleich sind, sind und heissen sich ähnlich, deren gleichnamige Seiten aber gleich sind, sind sich gleich, und ähnlich. Sie decken sich.

§. 30.

In jedem Dreyecke ist die Summe zweyer Seiten grösser, als die dritte Seite. (Fig. 29.) ab + bc > ac.

Beweis. Die gerade Linie ac geht den kürzesten Weg von a nach c, und ist darum nicht so lang, als die bis b abweichende Linie abc; oder läge ab auf ac, folglich = ai, und cb = ch, so käme hi zweymal in Rechnung, wenn ai + ch = ac angegeben werden wollte. Und so ist ab + bc um einmal hi grösser als ac.

§. 31.

In jedem Dreyecke steht die größte Seite dem größten Winkel, die kleinste Seite, dem kleinsten Winkel, und gleiche Seiten gleichen Winkeln entgegen: denn

Man vergrößere, oder verkleinere einen Winkel, so muß alsdann auch die entgegenstehende Seite vergrößert, oder verkleinert werden, wenn der △ sich schliessen soll. Z. B. (Fig. 30.) Wenn der Winkel bac vergrößert werden soll = bac, oder verkleinert = eac, so erreicht ab mit b die Linie bc nicht

nicht, und der Triangel ist also kein △ mehr, außer es wird auch die Seite bc vergrößert, oder verkleinert. Bliebe aber bc = bc, und es würde nur der Winkel acb dafür verkleinert, so müßte eben darum auch seine Gegenseite ab verkleinert werden.

§. 32.

Jeden Triangels 2 Winkel mit einer Seite, oder 2 Seiten mit einem Winkel, oder alle 3 Seiten, bestimmen den ganzen Triangel.

Beweis. Wenn (Fig. 31.) der Winkel bac = edf, acb = dfe, und ac = df; so ist auch ab = de, be = ef; denn wäre ef größer, und = gf sohin auch statt ed die Linie gd; so wäre abc nicht = dgf, noch bac = gdf, also die gegebenen Winkel nicht beybehalten; und so umgekehrt.

§. 33.

Wenn also in einem Triangel 1 Winkel, und 2 Seiten, oder 2 Winkel, und 1 Seite, oder alle 3 Seiten denen des andern △ gleich sind,

so

so sind die Triangel selbst gleich. Sie decken sich, wie §. 29.

§. 34.

In jedem Dreyecke haben alle 3 Winkel zusamm 180°. oder (Fig. 32.) die Winkel $a + b + c = 180°$.

Beweis. Man ziehe über dem Scheitel b des △ abc die Linie fg ╪ ac, so entstehen die neuen Winkel d und e. Nun ist aber $a = d$ und $c = e$ (§. 15.) und $d + b + e = 180°$.) §vis 7. 9.) also auch $a + b + c = 180°$.

§. 35.

Daraus folgt:

1°. Wenn in einem △ zwey Winkel bekannt sind, so ist es auch der dritte (Fig. 33.)
$180° - a - b = c$: $180 - b - c = a$.

2°. Ist nur ein Winkel bekannt, so ists auch wenigst die Summe beyder andern.
$180 - a = b + c$; $180 - c = a + b$.

3°. Im rechtwinklichten Dreyecke ist die Summe beyder spitzigen Winkel so groß, als der rechte.
$b + c = a$.

4°. Wenn

4°. Wenn also daselbst ein spitziger Winkel bekannt ist, so ists auch der andere, sohin alle 3. ibid. $90 - b = c$, $90 - c = b$.

5° In einem stumpfwinklichten △ ist die Summe beyder spitzigen Winkel kleiner, als der stumpfe Winkel.

6°. Der gleichseitige △ hat 3 gleiche Winkel (§. 31.) also jeden zu 60°, weil $60° \times 3 = 180°$.

7°. Der gleichschenklichte △ hat beyde Winkel a und c an der ungleichen Seite gleich. (§. 31.) Wenn ich also einen dieser 3 Winkel weiß, so weiß ich alle 3: nämlich (Fig. 34.) ist $a = c$, also $2a = 2c = a + c$, sodann $180 - 2a = b$, $\frac{180° - b}{2} = a = c$.

8°. Wenn 2 Winkel eines △ zweyen Winkeln eines andern gleich sind, so ist auch der dritte Winkel des einen, dem dritten Winkel des andern gleich.

§. 36.

Wenn eine Seite ac (Fig. 35.) verlängert wird, so ist der äußere Neben-

 win-

winkel d so groß, als die Summe beyder Winkel an der entgegen stehenden Seite a und b.

Beweis. $\left.\begin{array}{l}180 - c = a + b \\ 180 - c = d\end{array}\right\}$ also $a + b = d$.

§. 37.

Wird auch die dritte b c über c verlängert, so entstehen die gleichen Scheitelwinkel $e = c$ und $f = d$. (§. 11.)

§. 38.

Jedes Dreyeck wird in 2 rechtwinklichte durch den Perpendikel getheilt, der von einem Winkel innerhalb desselben auf die entgegenliegende Seite fällt. (Fig. 36.)

§. 39.

Wenn in einem Triangel a b c (Fig. 37.) zu einer Seite eine Parallellinie d e gezogen wird, so entsteht ein neuer △ d b e, der mit △ a b e gleiche Winkel hat, also ihm ähnlich ist.

Be-

Beweis. abc = dbe und bac = bde, bca = bed (§. 14.) also △ abc ∽ △ dbe (§. 29.)

§. 40.

Zween ähnliche Triangel lassen sich also allemal so in einander stellen, daß, wenn ein gleichnamiger Winkel auf den andern z. B. (Fig. 37.) B auf b, und die anliegenden Seiten bd auf ba, be auf bc kommen, die beyde übrigen Linien de, ac parallell, also auch die Winkel an selben gleich seyn werden: und darum ist die im △ zu einer seiner Seiten gezogene ∦ Linie der **Ausdruck aller ähnlichen Triangel.**

§. 41.

Die gleichnamigen Seiten aller ähnlichen Triangel sind unter sich proportional.

Beweis. Wenn (Fig. 37.) die Linie de von b herab ∦ ac rückte, so müßte sie, um ∦ zu bleiben, von der Linie bc mit e immer verhältnißmäßig größern Theile, als von der Linie ab mit d durchlaufen, weßwegen eben die Theile

Bd : Be = Ba : Bc.

§. 42.

Im rechtwinklichten Dreyeck heißt einer der 2 Pkln die Grundlinie (Basis) der andere der Kathetus; die Seite, so dem rechten Winkel entgegen steht, Hypothenuse.

§. 43.

Wenn im rechtwinklichten △ a b c aus dem rechten Winkel b auf die Hypothenuse a c der Pkl b d herabfällt, so theilt solcher den △ a b c in 2 kleinere rechtwinklichte Triangel a d b, und b d c (§. 38.) deren jeder dem ganzen Triangel a b c, sohin auch seinem Nebentriangel ähnlich ist. (Fig. 38.)

Beweis. Der W. a d b = a b c, b a d = b a c. also auch a b d = a c b (§. 35.) folglich △ a d b ∽ △ a b c, so auch b d c = a b c, b c d = b c a, d b c = c a b, also △ b d c ∽ △ a b c. Darum, weil

$$\left.\begin{array}{l}\triangle\, adb \sim \triangle\, abc \\ \triangle\, bdc \sim \triangle\, abc\end{array}\right\}\text{ so ist auch } \triangle\, adb \sim \triangle\, bdc.$$

§. 44.

Und der Perpendikel bd ist die mittlere Proportionallinie zu den Theilen der Hypothenuse ad und dc.

Beweis. △ adb ∽ △ bdc (§. 43.) also ad: bd = bd: dc, oder $bd^2 = ad . dc$.

§. 45.

Und das Quadrat der Höpothenuse ac ist gleich der Summe beyder Quadraten von den Seiten ab, und bc.

Beweis. △ △ abd und bdc sind ∽ △ abc (§. 43.) also ihre gleichnamigen Seiten proportional (§. 41.) hiemit ist:

ad : ab = ab: ac oder $\overline{ab}^2 = ad . ac$.

dc : bc = bc : ac oder $\overline{bc}^2 = dc . ac$.

Hiemit auch $\overline{ab}^2 + bc^2 = (ad . ac) (+) dc . ac (=) ad + dc (ac.$ Es ist aber ad + dc selbst = ac, also (ad + dc) ac = ac . ac = $\overline{ac}^2$ folglich $\overline{ab}^2 + \overline{bc}^2 = ac^2$.

§. 46.

Hieraus folgt:

1°. Wenn ich im rechtwinklichten Triangel (Fig. 38.) beyde Pkl db und dc weis, so weis ich auch die Hypothenuse bc, nämlich $bc = \sqrt{(\overline{d}b^2 + \overline{d}c^2)}$

2°. Weis ich die Hypothenuse bc, und einen Perpendikel, so weis ich auch den andern: $ab = \sqrt{(\overline{b}c^2 - \overline{a}c^2)}$ und $ac = \sqrt{(\overline{b}c^2 - \overline{a}b^2)}$

3°. Wenn ich (Fig. 36.) im schiefwinklichten Dreyeck abc die beyden Seiten ab, bc und Pkl bd, oder ab, bc, und den Punkt d des Pkl. Einfalls, oder ad, ac und bd weis, so weis ich darinn all übriges: Nämlich.

$\sqrt{(\overline{a}b^2 - \overline{b}d^2)} = ad.$

$\sqrt{(\overline{b}c^2 - \overline{b}d^2)} = cd$, $ad + cd = ac$, und $\sqrt{(\overline{a}b^2 - \overline{a}d^2)} = bd$

$\sqrt{(\overline{b}c^2 - \overline{c}d^2)} = bd$, so auch

$\sqrt{(\overline{a}d^2 + \overline{b}d^2)} = ab$ und weil ac

— ad

$- ad = dc$, so ist $\sqrt{(\overline{d}c^2 + bd^2)} = bc$.

§. 47.

Wenn in einem gleichschenklichten △ abc auf die ungleiche Seite ac vom entgegenstehenden Winkel b der Pkl. bd herabfällt, so theilt solcher sowohl den Winkel b, als die Seite ac, und den ganzen Triangel abc in 2 gleiche Theile. (Fig. 39.)

Beweis. Der Winkel $bad = bcd$ (§. 32.) und $adb = cdb$, also auch $abd = dbc$, (§. 36.) $= \frac{1}{2}\, abc$; $ab = bc$ und $bd = bd$, also $\sqrt{(\overline{a}b^2 - \overline{b}d^2)} = \sqrt{(\overline{b}c^2 - \overline{b}d^2)} = dc = ad = \frac{1}{2}\, ac$
$ab = bc$, $bd = bd$, $ad = dc$, also △ adb = △ $bdc = \frac{1}{2}$ △ abc.

§. 48.

Darinn zeigt, und beweiset sich die Theilung einer Linie in 2 gleiche Theile (Fig. 40.)

Wenn

Wenn aus a und b mit einem Radius, der größer als $\frac{1}{2}$ a b ist, in c und d die schneidenden Bogen gezogen werden, so ist a c b = a d b ein gleichschenklichter △, und die Linie c e oder d e = $\frac{1}{2}$ c d der Pkl. ꝛc.

§. 49.

Der Triangel, den 2 halbe Diameter a c, b c mit der Sehne a b machen, ist gleichschenklicht (§. 2.) und die beyden Winkel an der Sehne gleich: c a b = c b a (§. 32.) und d c a = d c b, sohin d a = d b, der Pkl c d, so von c auf die Sehne herabfällt, theilt die Sehne, und ihren Bogen in 2 gleiche Theile (§. 47.) der Perpendikl also, der durch die halbe Sehne geht, geht auch durch den Mittelpunkt selbigen Zirkels. (Fig. 41.)

§. 50.

Wenn also über 3 gegebene Punkte a, b, c, (Fig. 42.) die nicht in gerader Linie stehen, ein Zirkl, der sie mit der Peripherie aufnehme, gezogen werden soll, so werden nur die weiten a b, b c als Sehnen betrachtet, halbiert, und durch

die

die Theilungspunkte Pkl gezogen, die sich im Mittelpunkte des verlangten Zirkels schneiden werden.

Anm. Wie bey bekannten Distanzen dreyer nicht in gerader Linie stehenden Punkte (also bey einem bekannten △) der Radius des solche Punkte streifenden Zirkels durch bloße Rechnung zu finden sey, sehen wir unten in der Trigonometrie (§. 226.)

§. 51.

Wenn in ähnlichen, ‡ in einander liegenden Dreyecken eine der 2 getrennten ‡ Seiten in gewisse Theile getheilet ist, so ist auch die andere im verhältnißmäßigen Theile von nämlichen durchgehenden Theilungslinien getheilt, oder (Fig. 43.) an : ei = no : ih = op : hm = pb : md.

Beweis. △ acn ∽ △ eci, nco ∽ ich, ocp ∽ hcm, pcb ∽ mcd (§. 39.)

§. 52.

Und wenn eine Linie (Fig. 44.) z. B. die **Linie** ac des △ acb, **in gewisse Theile getheilt ist, und aus den Theilungspunkten** def, ‡ **zu** ab **die Linien** di, eh,

fg,

Wenn aus a und b mit einem Radius, der größer als $\frac{1}{2}$ a b ist, in c und d die schneidenden Bogen gezogen werden, so ist a c b = a d b ein gleichschenklichter △, und die Linie c e oder d e = $\frac{1}{2}$ c d der Pkl. 2c.

§. 49.

Der Triangel, den 2 halbe Diameter a c, b c mit der Sehne a b machen, ist gleichschenklicht (§. 2.) und die beyden Winkel an der Sehne gleich: c a b = c b a (§. 32.) und d c a = d c b, sohin d a = d b, der Pkl c d, so von c auf die Sehne herabfällt, theilt die Sehne, und ihren Bogen in 2 gleiche Theile (§. 47.) der Perpendikl also, der durch die halbe Sehne geht, geht auch durch den Mittelpunkt selbigen Zirkels. (Fig. 41.)

§. 50.

Wenn also über 3 gegebene Punkte a, b, c, (Fig. 42.) die nicht in gerader Linie stehen, ein Zirkl, der sie mit der Peripherie aufnehme, gezogen werden soll, so werden nur die weiten a b, b c als Sehnen betrachtet, halbiert, und durch

die

die Theilungspunkte Pkl gezogen, die sich im Mittelpunkte des verlangten Zirkels schneiden werden.

Anm. Wie bey bekannten Distanzen dreyer nicht in gerader Linie stehenden Punkte (also bey einem bekannten △) der Radius des solche Punkte streifenden Zirkels durch bloße Rechnung zu finden sey, sehen wir unten in der Trigonometrie (§. 226.)

§. 51.

Wenn in ähnlichen, ‡ in einander liegenden Dreyecken eine der 2 getrennten ‡ Seiten in gewisse Theile getheilet ist, so ist auch die andere im verhältnißmäßigen Theile von nämlichen durchgehenden Theilungslinien getheilt, oder (Fig. 43.) an : ei = no : ih = op : hm = pb : md.

Beweis. △ acn ∽ △ eci, nco ∽ ich, ocp ∽ hcm, pcb ∽ mcd (§. 39.)

§. 52.

Und wenn eine Linie (Fig. 44.) z. B. die Linie ac des △ acb, in gewisse Theile getheilt ist, und aus den Theilungspunkten def, ‡ zu ab die Linien di, eh, fg,

fg, gezogen werden, so ist die Linie cb verhältnißmäßig wie ac getheilt.

Beweis. △ acb ∽ △ dci, ∽ ech, ∽ fcg (§. 39.) also ac: cb = dc: ci = ce: ch = fc: cg und ac — dc = ad, dc — ec = de, ec — fc = ef, auch bc — ic = bi, ic — hc = ih, hc — gc = hg so ist auch ac: bc = ad: bi = de: ih = ef: hg.

§. 53.

So wird zu 2 gegebenen Linien, ab, ac, die dritte Proportionallinie gefunden (Fig. 45.) wenn im beliebigen Winkel zusamm gesetzt, und verlängert, ac auch auf ab herunter getragen, die Linie bc über quer, und zu solcher aus dem untern c die ∦ Linie cd gezogen wird, so ist ad die die gesuchte Linie, oder ab: ac = ac: ad.

Beweis. W. cab = dac (§. 6.) acb = adc, abc = acd (§. 14.) also △ abc ∽ △ adc (§. 30.) hiemit ab: ac = ac: cd (§. 41.)

§. 54.

Zu 3 (oder mehrern, doch schon verhältnißmäßigen) Linien wird die weitere proportional eben so gesucht, nur, daß statt dem untern a c die dritte gegebene Linie herab gesetzt wird (Fig. 46.)

§. 55.

Weil, wenn $ab : ac = ac : ad$, also $ac^2 = ab \cdot ad$, sodann $ac = \sqrt{(ab \cdot ad)}$ ist; so wird zu zweyen Linien die mittlere Proportionallinie gefunden, wenn aus dem factum beyder Linien die $\sqrt{}$ gezogen wird.

§. 56.

Wenn die mittlere Proportionallinie $= b$, und nur die Summe der beyden andern $= a$ gegeben sind, so ist eines der äußern Glieder, oder eine der äußern Proportionallinien gleich der Wurzl aus $\frac{1}{4} a^2$ weniger b^2 nebst $\frac{1}{2}$ a, oder $x = \sqrt{(\frac{1}{4} a^2 - b^2)} + \frac{1}{2} a$.

Beweis. $x : b = b : a - x$, also, $ax - x^2 = b$ oder (bey veränderten Zeichen) $x^2 - ax = -b^2$, $x^2 - ax + \frac{1}{4} a^2 = \frac{1}{4} a^2 - b^2$ oder $x - \frac{1}{2} a = \sqrt{(\frac{1}{4} a^2 - b^2)}$ und $x = \sqrt{(\frac{1}{4} a^2 - b^2)} + \frac{1}{2} a$.

Bey-

Beyspiel. a sey = 400 und b = 160, so ist $x : 160 = 160 : 400 - x$ oder $160 . 160 = 400 x - x^2$, oder $x^2 - 400 x = -25600$, $x^2 - 400 x + 40000 = 40000 - 25600$ also $x - 200 = \sqrt{(40000 - 25600)} = \sqrt{14400} = 120$, und sohin $x = 120 + 200 = 320$, also $a - x = 80$. Wornach $80 : 160 = 160 : 320$; denn $80 . 320 = 160 : \times 160 = 25600$.

§. 57.

Der Peripheriewinkel adb ist halb so groß, als acb, oder als der Zentralwinkel nämlichen Bogens.

Beweis. 1°. Wenn der Zentralwinkel c auf dem Schenkel db liegt (Fig. 47.) ist $acb = acd + dac$ (§. 36.) also $= 2\, adc$ oder $adc = \frac{acb}{2}$.

2°. Wenn der Zentralwinkel c innerhalb des Peripheriewinkels liegt (Fig. 48.) ist $ade = \frac{ace}{2}$ und $edb = \frac{ecb}{2}$, also $ade + edb = \frac{ace}{2} + \frac{ecb}{2} = \frac{ace + ecb}{2}$.

Es ist aber ade + edb = adb, und

ace + ecb = acb also $adb = \frac{acb}{2}$

3°. Wenn der Zentralwinkel ausserhalb des Peripheriewinkels liegt, (Fig. 49.) ist $ade = \frac{ace}{2}$, $bde = \frac{bce}{2}$, also (weil ade — bde = adb und ace — bce = acb $ade - bde = \frac{acb - bce}{2}$ oder $adb = \frac{acb}{2}$.

§. 58.

Jener Peripheriewinkel also, dessen Bogen die ½ Peripherie ist, hat zu seinem Maß $\frac{180}{2} = 90°$ (Fig. 50.) W. abd = 90. Zwey Sehnen ab, bd die mit dem Diameter ad einen △ machen, haben also zwischen sich einen rechten Winkel.

Anm. Darinn steckt die Auflösung mit dem Beweis der Aufgabe. (25.)

§. 59.

So werden alle rechtwinklichte Dreyecke geprüft,

und

und die halbe Hypothenuse muß der Radius des Zirkels seyn, dessen Peripherie alle 3 Ecke bestreift. (Fig. 51.)

2°. Der Pkl be ist die mittlere Proportionallinie zwischen de und ae. (§. 44.)

3°. Man kann also statt der Rechnung §. 55. zwischen 2 Linien ae und ed die mittlere Proportionallinie finden, wenn ae + ed halbiert, aus dem Theilungspunkt c mit dem Radius ac die halbe Peripherie, und an solche von e der Pkl eb gezogen wird.

§. 60.

In jedem Viereck, dessen 4 Winkel der nämliche Zirkel bestreichen kann, ist die Summe zweyer entgegen gesetzten Winkel der Summe der andern gleich, = 180°.

Beweis. (Fig. 52.) Der Winkel adb = acb und bdc = bac; weil aber adb + bdc = adc, so ist auch adc = acb + bac sohin adc + abc = adb + bcd + abc = 180; der nämliche Beweis ergiebt sich von bad + bcd = 180.

§. 61.

Der Winkel, den die Tangente ed mit

mit der Sehne bd in d macht, hat zum Maß den halben Bogen nämlicher Sehne. (Fig. 53.)

Beweis. Der W. edc = edf = 90°. = Bogen $\frac{dbf}{2}$, und bdf = Bogen $\frac{bf}{2}$ also edf — bdf = $\frac{dbf}{2}$ — $\frac{bf}{2}$ oder edb = Bogen $\frac{dbf - bf}{2}$ = $\frac{bd}{2}$.

Und dieser Winkel bleibt unverändert, wenn auch der Zirkel an nämlicher Tangente vergrößert wird. (Fig. 54.) §. 20.

Denn edf = edk = edl, und bdf = bdc = gdm = hdn = dbc = dgm = dhn (§. 49.) also auch bcd = gmd = hnd, und darum der Bogen bd = gd = hd.

Die Linie bn also, die perpendikulär von n weg, auf b fällt, macht mit der Sehne bd einen Winkel nbd, dessen Maß der halbe Bogen bf ist, denn nbd = bdf (§. 15.) (Fig. 55.)

§. 62.

Ein Winkel, den sich schneidende Sehnen machen, hat zu seinem Maß die halbe Summe seines, und seines Vertikalwinkelbogens. (Fig. 56.)

$$acb = \frac{ab + de}{2}$$

Beweis. Man ziehe ef ‡ ad, so ist feb

$$= acb\ (\S.\ 14.) = \frac{ab + af}{2}\ (\S.\ 57.)$$

es ist aber af = de, also feb =

$$\frac{ab + de}{2} \text{ sohin } acb = \frac{ab + de}{2}$$

§. 63.

Dann sind auch die Segemente der Sehnen im verkehrten Verhältniß oder bc: ac = cd: ce, bc: cd = ac: ce (Fig. 57.)

Beweiß. Man ziehe die Sehnen bd und ae, so ist adb (= cdb) = aeb (= ac) und so dae (= cae) = dbe (= dbc) also auch ohnehin bcd = ace, darum △ bcd ∽ △ ace, weßwegen bc : cd = ac: ce oder bc: ac = cd: ce so wie = bd: ae.

§. 64.

Der Winkel den 2 verlängerte Sehnen außerhalb der Peripherie machen, hat zu seinem Maaß die halbe Differenz beyder eingeschlossenen Bögen. (Fig. 58.) $abd = \frac{ad - ge}{2}$

Beweis. Man ziehe von e die Linie ec ‡ ab, so ist $ge = ac$ und $ced = abd$ (§. 14.) $= \frac{cd}{2}$, es ist aber $cd = ad - ac = ad - ge$, also $\frac{cd}{2} = \frac{ad - ge}{2}$ und darum $abd = \frac{ad - ge}{2}$

§. 65.

Dann sind auch die Sehnenreste gb, eb, **mit den ganzen Schenkeln im verkehrten Verhältniß**, oder (Fig. 59.) $be : bg = ba : bd$.

Beweis. Man ziehe die Sehnen gd, und ea, so ist edg ($= bdg$) ($= eag$) ($= eab$) und $abe = gbd$, also auch aeb

$=$ bgd, darum $\triangle$ aeb $\backsim$ $\triangle$ bgd; sohin be : bg $=$ ba : bd.

§. 66.

Oder bey Linien, die von einem außer der Peripherie liegenden gemeinschaftlichen Punkt ausgehen, den Zirkel schneiden, und mit dem Ende nochmal berühren, ist allemal ein Factum aus der ganzen Linie, und deren außer dem Zirkel liegenden Segment dem andern derley Factum gleich: oder ab . gb $=$ cb . eb, oder gb : eb $=$ cb : ab (Fig. 68.)

Beweis. Man ziehe von b gen d die Tangende bd, und von d die Sehnen dg, de, da, dc, so ist in Betref der Linie ab der Winkel dab $=$ bdg, dba $=$ dbg. Also auch adb $=$ dgb, sohin $\triangle$ adb $\backsim$ $\triangle$ dbg, darum bg : db $=$ db : ab oder $db^2 =$ ab . gb. Nun ist rücksichtlich der Linie cb auch der Winkel dcb $=$ edb, dbc $=$ dbe, sohin cdb $=$ deb, und $\triangle$ cdb $\backsim$ deb, also auch eb : db $=$ db : bc oder db^2

wie-

wiederum $= bc . be = ab . gb$. So wie oben, $= ab . gb$.

§. 67.

So wird auch in jedem schiefwinklichten △ auf dessen größerer Seite der Punkt gefunden, wo vom entgegenstehenden Winkel der Pkl einfällt. Der Satz ist: **Wie sich die Grundlinie zur Summe beyder übrigen Seiten verhält, so verhält sich die Differenz dieser Seiten zu jenem Segment, so von der Basis abgeschnitten werden muß, um durch Halbierung des Restes den Punkt des Pkl-Einfalls zu bestimmen.** (Fig. 61) $ab : cb + ac = cb - ac : bh$ sodann ist

$$\frac{ab - bh}{2} = ae.$$

Beweis. $ac = dc = hc = gc$, $bc + ac = bd$, $bc - ac = bg$. Es ist also

$$\left\{\begin{array}{l} ab : cb + ac = ab - ac : bh \\ ab : bd = bg : bh \text{ §. 75.} \end{array}\right.$$

$ab - bh = ah$, $ae = eh$ (§. 50.)

also $ae = \frac{ab - bh}{2}$.

§. 68.

Sollte eine Linie ab so getheilt werden, daß der kleinere Theil sich zum größern, wie dieser zur ganzen Linie verhalte; daß also der grössere Theil die mittlere Proportionallinie zwischen dem kleinern Theil, und der ganzen Linie wäre, so verdoppelt man $ab = cb$, errichtet in b den Pkl $bd = ab$, halbiert bc in e, von da zieht man aus d, also mit dem Radius ed, den Bogen df, so ist f der Theilungspunkt, und $af : fb = fb : ab$ oder $bf^2 = af \cdot ab$ (Fig. 62.)

Beweis. $ed^2 = eb^2 + bd^2$, oder (weil $be = \frac{1}{2}bd$ sohin $be^2 = \frac{1}{4}bd$) $= \frac{1}{4}bd^2 + bd^2 = \frac{5}{4}bd^2$; nun ist $ef = ed$ also auch $ef^2 = \frac{5}{4}bd^2$ und $bf = ef - eb = \sqrt{\frac{5}{4}bd^2} - \frac{1}{2}bd$.

Z. B. ab sey $= 100$, so ist $be = 50$ also $eb^2 = 2500$, $bd^2 = 10000$ sohin $ed^2 = 10000 + 2500 = 12500 = \frac{5}{4}bd^2$, wovon $\sqrt{^2} = 111,8034$, dieß $- \frac{1}{2}bd$, also $- 50 = 61,8034 = x$ und $100 - 61$,

— 61, 8034 = 38, 1966 = af also 38, 1966 : 61, 8034 = 61, 8034 : 100; denn 38, 1966 × 100 = 3819, 66, so wie 61, 8034 . 61, 8034 = 3819, 66.

Anm. Die nämliche Auflösung würde es seyn, wenn die Aufgabe sagte: man solle die Linie bc so in 3 Theile theilen, daß der mittlere Theil die mittlere Proportionallinie zwischen dem kleinern, und der Hälfte wäre: oder daß af : fb = fc : bc.

§. 69.

Zu 2 gegebenen Linien ab, bd werden 2 mittlere Proportionallinien gefunden, wenn man solche (Fig. 63.) im rechten Winkel zusammen stellt, und die Pkl ae = bd, de = ab errichtet, sodann die Diagonalen ad, be zieht, die sich in c schneiden; aus diesem Mittelpunkt c beschreibt man mit dem Radius ac einen Zirkel über a, b, c, und d beyde Seiten ab und bd werden über a und d willkührlich verlängert: über e eine gerade Linie gesucht, welche beyde verlängerte Linien so schneide, daß ihre Theile hf und eg außerhalb des Zirkels sich gleich seyen; so sind af und dg die 2 gesuchten mittlern Propor-

por-

portionallinien: nämlich $ab:dg = af:bd$, oder $ab \times bd = dg \times af$.

Beweis. Man könnte glauben: weil $ed \mathrel{\#} fb$ also $\triangle edg \sim \triangle fbg$, so auch $ae \mathrel{\#} bg$, also $\triangle fae \sim \triangle fbg$ sohin auch $\triangle edg \sim \triangle fae$ also $ed : dg = af : ae$ ($= db$) doch damit würde man zwar immer eine Proportion finden, aber nicht gerade die der mittleren Linien: also richtiger! $ge = hf$, also $ge + he = hf + he$ oder $gh = fe$. Darum auch $hg - eg = fe . hf = bg . dg = bf . af$. (§. 76.) (weil alle beyde als Sekanten gleiche Fakte geben, da sie schon dießfalls den gleichen ersteren Sekanten gh, fe gleich gelten), also, wenn die Faktoren dieser gleichen Fakten getrennt, und als äußere, und mittlere Proportionalglieder gestellt werden, ist $dg : af = bf : bg$. Es ist aber auch $ed : dg = bf, bg$, und $af : bd = bf : bg$. Also, wenn bf und bg wegbleiben $ed : dg = dg : af = af : bd$ oder $ed : dg = af : bd$.

§. 70.

Sollte eine kleine Linie ad (Fig. 64.) so getheilt werden, daß man jede beliebige Anzahl ihrer Theile deutlich bestimmen, und fassen kann, so pflegen an solcher 2 längere, gleich lange Parallellen ab, dc in nämliche Anzahl Theile getheilt, mit den Theilungslinien 1, 2, 3, 4 rc. bemerkt, und die Diagonale db gezogen zu werden, welche sodann an den Theilungslinien alle Zwischenzahlen der Theilen von der Linie ad bestimmt. Der Beweis liegt in der Aehnlichkeit der △△, denn (Da bc = ad) cd ; be = id : ix rc.

§. 71.

Nach solchen werden die Skalen (verjüngten Maaßstäbe) gezeichnet (F. 73.) worinn Hunderte, Zehner, und Einheiten der angenommenen Maaße bestimmt, und so die grossen Linien in proportionalen kleineren Linien vorgestellt werden können.

§. 71.

Die Proportion des Diameters zur Peripherie hatten die Alten wie 7 ; 22, die Neuern wie

100 :

100 : 314 angenommen. Worauf sich solche gründe, kömmt in der Trigonometrie vor.

Anm. Wenn also der gegebene Diameter mit 314 multiplicirt, und das Factum mit 100 dividirt wird, so findet man die Peripherie des nämlichen Zirkels, und umgekehrt aus der Peripherie den Diameter durch 314 : 100.

§. 73.

Der Zirkel, den 2 halbe Diameter mit ihren Bögen enthalten, heißt: **Ausschnitt, Sektor,** (Fig. 66.) der aber, den die Sehne mit ihren Bögen enthält, **Segment, Abschnitt.** (Fig. 67.)

§. 54.

Die Länge der Bogenlinie ab des Sektors wird gefunden, wenn man aus dem doppelten Radius ac die Peripherie des ganzen Zirkels sucht, sodann schließt: wie sich alle Grade des Zirkels (360°.) zu den Graden des Winkels acb verhalten, so verhält sich die gefundene Peripherie zur Bogenlinie ab. (Fig. 66.)

§. 75.

Die Länge der Bogenlinie des Segments (Fig. 67.) wird gefunden, wenn man aus drey

Pun-

Punkten des Bogens das Zentrum c, sohin den Radius ac, und den Winkel acd sucht, sonach abd als die Bogenlinie des Sektors berechnet.

§. 76.

Oder (Fig. 68.) wenn die Sehne ad halbiert wird in g, und den Pkl gb bekömmt, zu gb und ag die dritte Proportionallinie = ge gesucht, diese zu bg addirt, be in c halbiert wird, so ist c das Zentrum, ac = dc der Radius des Zirkels, woraus sich das übrige ergiebt.

Beweis. bg : ag = ag : ge (§. 69.) und

$$\frac{ge + gb}{2} = ac = dc.$$

§. 77.

Scheint ein Zirkel unächt, nämlich verzogen, und länglicht, so kann er (hier noch, und nach gemeinen Betracht, bis unten das nähere davon vorkömmt) eine Ellipse, elliptische Linie heissen.

Worinn die mn die größere, op aber die kleinere Axe heißt (Fig. 69.)

Deren Zeichnung ist (Fig. 70.) wenn aus a und b mit dem Radius ab zwey in c und d

sich

sich schneidenden Zirkel, aus c und d die verlängerten Diameter c g, c h, d e, d f, und wieder aus c und d mit der Weite c g die Bögen g h, e f gezogen werden;

Oder (Fig. 71.) wenn in dem mit seinen Enden an 2 Stifte a und b gebundenen (eigentlich mit der großen Axe gleich langen) Bindfaden in d ein Schreibstift gefaßt, und so mit gespannten Faden herumgeführt wird.

§. 78.

Ist die Ellipse an den Enden ihrer größern Axe von ungleicher Krümmung, so heißt sie **Ovallinie**.

Deren Zeichnung ist (Fig. 72.) wenn zuerst die Ellipse g e f l h gezeichnet, dann der Diameter a l mit der blinden Linie f h in m geschnitten, d m bis k, c m bis i gezogen, aus c und d die Bogen e f und g h bis i und k verlängert, endlich der Bogen i k aus m gezogen wird.

Oder (Fig. 73.) wenn man im Zirkel a f b e die Diameter a b, f e, und die Sehnen b e, a e zieht, und verlängert, so dann aus a und b mit der Weite a b die Bogen b c und a d, endlich aus e den Bogen c d zieht.

§. 79.

Eine aus zusammenhängenden [illegible] (oder kleineren) halben Zirkellinien b[illegible] mer gleiche Entfernung von der nächsten Linie haltende Linie heißt im ganzen eine Schneckenlinie.

Deren Zeichnung (Fig. 74.) geschieht aus den immer verwechselten Mittelpunkten a und b.

§. 80.

Es kann auch die Länge einer ellyptischen — oder Ovallinie gefunden werden, wenn die Bogenlinien der Sektoren (nach §. 84.) besonders berechnet, und addirt werden.

§. 81.

Eine viereckigte Figur ist entweder ein **Quadrat**, das 4 rechte Winkel, und 4 gleiche Seiten hat, deren also 2 und 2 ‡ sind: oder ein **Parallelogram**, das 2 und 2 gleiche, und ‡ Seiten hat, wie (Fig. 75.) wo es auch 4 rechte Winkel hat, und da eigentliches **Parallellograme** ist, außer dessen ist sie eine **Raute**, Rhombus, verschobenes Quadrat, so die Seiten, wie das Quadrat, aber 2 gleich stumpfe, 2 gleich spitzige Winkel hat. (Fig. 76.) Oder ein **Rhomboides**,

ver-

verschobenes Parallellogramm, so die Seiten wie dieses, die Winkel aber wie der Rhombus hat. (Fig. 77.)

Oder ein Trapez, das 2 ‡ Seiten, und 2 rechte, 1 stumpfen, und 1 spitzigen (Fig. 78.) oder 2 stumpfe und 2 spitzige Winkel hat. (Fig. 79.)

Oder eine Trapezoide, worinn keine Seite zur andern ‡ ist. (Fig. 80.)

§. 82.

Durch eine Diagonale ac oder bd wird jede obiger Figuren in 2 Triangel getheilt; jede dieser Figuren also hat in allen Winkeln zusammen 180°. 2 = 360°. Oder die Summe der Graden aller Winkel ist das Factum von 180, und der Seitenzahl — 2.

Beweis. cad + acd + adc = 180, und so cab + acb + abc = 180. Also cad + acd + adc + cab + acb + abc = 180 . 2. Es ist aber cad + cab = bad, und acd + acb = bcd also auch bad + bcd + adc + abc = 180. 2 oder (weil die Figur ein Viereck) = 180 . (4 — 2)

§. 83.

Die Summe der verlängerten einzelnen Seiten entstehenden äußern Nebenwinkelgraden aber ist bey jeder geradlinigten Figur = 180 . 2 = 360.

Beweis. Die Summe der innere Winkel sey = a der äußere = x die Seitenzahl = n; so ist a = 180. (n — 2) und weil jeder innere Winkel mit seinen Nebenwinkel = 180, so ist a + x = 180 . n oder a = (180 . n) — x folglich auch 180. (n — 2) = (180 . n) — x, u. s. f. 180. (n — 2) — 180 . n = — x, oder deutlicher mit verwechselten Zeichen 180 n — 180 n + 360 = x also 360 = x.

Beyspiel. (Fig. 81.) sind die Grade der Winkel a, b, c, d, e = 180 . 3 = 540, die Winkel f, g, h, i, k = (180 . 5) — 180 . 3) = 180 . 2 = 360.

§. 84.

Die Summe der Graden aller äußern ganzen, meist ausspringenden, dort über 180° hal-

ten.

tenden Winkel aber ist = (360 . n) — 180 (n — 2), weil allemal der innere Winkel von 360 wegfällt.

§. 85.

Eine Figur von mehreren Seiten aber heißt ein Polygon, und zwar ein **Pentagon** (Fünfeck) wenns 5, ein **Hexagon** (Sechseck) wenns 6, ein **Hextagon** (Siebeneck) wenns 7, **Dekagon** (Zehneck) wenns 10 Seiten hat ꝛc.

§. 86.

Das Polygon ist entweder **regulär**, wenn alle Seiten, und Winkel gleich sind; oder nur **symetrisch**, wenn nur gewisse, entgegenstehende Seiten, und Winkel gleich sind; oder **irregulär**, wenn Seiten, und Winkel ungleich sind.

§. 87.

In, und über jedes reguläre Polygon läßt sich ein Zirkel beschreiben, der im ersten Fall die halben Seiten, im 2ten Ecke bestreift (Fig. 82.)

§. 88.

Wenn vom Mittelpunkt c gerade Linien an die Polygonecke gezogen werden (Fig. 83.) so

ma-

machen allemal ihrer 2 mit der eingeschlossenen Polygonseite einen gleichschenklichten Triangel (§. 2 t49.) deren also so viele sind, als Polygonseiten, darum sind alle Winkel an der Sehne gleich, oder ab = abc = cbd = cdb &c. und darum ist der Polygonwinkel abd = abc + cbd = abc.

Der innere Polygonwinkel acb ist = 360 dividirt mit der Seiten- oder Winkelzahl, also der Winkel $acb = \frac{360}{6} = 60$.

§. 89.

Der äußere Polygonwinkel abd ist = 180 — acb.

Beweis. abd = 2 abc; also abd = 180 — acb. 180 — acb = 2 abc.

§. 90.

Beym Sechseck ist der innere Winkel = 60, also der äußere 180 — 60 = 120, und darum der halbe Polygonwinkel $abc = \frac{120}{2} = 60$, mithin der △ acb gleichseitig, oder im Sechseck ist der Radius der Polygonseite gleich.

§. 91.

§. 91.

Die Polygone können auch ohne Rechnung gezeichnet werden, wenn entweder der Zirkel, in, oder um welchen das Polygon kommen soll, oder die Seite gegeben ist. Jenes ist leichter, und muß vor diesem gezeigt werden.

§. 92.

Nach der renaldischen Regel wird der Diameter ab (Fig. 84.) in so viele gleiche Theile getheilt, als das Polygon Seiten haben soll, über den Diameter ein gleichseitiger △ errichtet, sodann aus dessen Scheitel e durch den 2ten Theilungspunkt eine Linie eg gezogen, so ist die Sehne des Bogens ag die Polygonseite: hier die Pentagonseite.

Anm. Diese Regel trägt keinen geometrischen Beweis, dient aber in der gemeinen Uebung genug.

§. 93.

Folgende besondere Regeln zu Errichtung der regulären Polygone würden sich besser, doch einige nur weitschichtig, und leichter trigonometrisch erweisen lassen. Man zeichnet nämlich in einen gegebenen Zirkel ein

Fünf-

Fünfeck: Wenn nach auf dem Diameter ab mit der Hypothenuse ed der Bogen df gesucht wird, dessen Sehne die Seite des Fünfecks giebt (Fig. 85.)

Sechseck: Wenn der Radius als Sehne herum getragen wird.

Siebeneck: Der Radius ac wird zweymal an die Peripherie als Sehne getragen, ac, cd, die Sehne ad gezogen, und halbiert, so giebt ae die Seite des Siebenecks. (Fig. 86.)

Achteck: Man zieht den Diameter de perpendikulär zum Diameter ab, halbiert jeden *Quadranten* ad und db in g und h, und zieht von solchen Theilungspunkten die Diameters gm, hn, sodann die Sehnen ag, gd, dh, hb, bm, me, eu, und na. (Fig. 87.)

Neuneck: Man trägt den Radius herum, und zieht über 2 und 2 solche Bögen die Sehnen ab, oder ad, oder bd, eine derselben, z. B. ab theilt man in 5 gleiche Theile, deren 2 sodann die Nonagonseite geben. (Fig. 88.)

Zehneck: Man sucht zuerst das Fünfeck, und theilt jeden Bogen in 2 gleiche Theile, oder

(noch kürzer) da man nach (Fig. 85.) das Fünf-eck sucht, giebt schon cf die Deckagonseite.

Eilfeck: Man zeichnet wie beym Neuneck ein gleichseitiges Dreyeck ade, und zu einer dessen Seiten ⫨ den Diameter bh, so giebt fc die Polygonseite. (Fig. 89.)

Zwölfeck: Man zeichnet ein Sechseck, und halbiert wieder jeden Bogen, so findet sich das Zwölfeck.

§. 94.

Oder man theilt den 4ten Theil des Zirkels in so viele gleiche Theile, als das Polygon Seiten haben soll, und nimmt die Sehne von 4 solchen Theilen, die sodann die Polygonseiten giebt.

Beweis. $\frac{1}{4} \cdot \frac{4}{5} = \frac{4}{20} = \frac{1}{5}$ zum Pentagon, $\frac{1}{4} \cdot \frac{4}{6} = \frac{4}{24} = \frac{1}{6}$ zum Hexagon $\frac{1}{4} \cdot \frac{4}{7} = \frac{4}{28} = \frac{1}{7}$ zum Hextagon ꝛc.

§. 95.

Soll das Polygon nicht in, sondern um den Zirkel gezeichnet werden, so zeichnet mans dennoch ehevor in den Zirkel, zieht in jedes Eck den Radius,

dius, und an dessen Ende die Tangente, so werden diese Tangenten sich schneiden, und das äussere Polygon bilden. (Fig. 90.)

§. 96.

Wäre aber nur die Seite des Polygons gegeben, so findet man den Zirkel, worinn jene herum zu tragen ist, auf folgende Weise und zwar beym

Fünfeck: Wird zu gegebenen Seite ab die Linie be = ab perpendikulär angehängt, ab halbiert in d, und über b hinaus verlängert, mit der Weite de aus d der Bogen eg: Endlich mit ab aus a, und mit ag aus b die Bögen in f gezogen, über fab der Zirkel gesucht, darinn ab herum getragen. (Fig. 91.)

Sechseck: Die gegebene Seite ab selbst ist auch der Radius des Zirkels.

Siebeneck: Die gegebene Seite ab wird verdoppelt = ae Diese Linie ae in 15 Theile getheilt, und um 2 solcher Theile verlängert, oder = $\frac{17}{15}$ gemacht bis d. So ist ad der Diameter also $\frac{1}{2}$ ad der Radius des Zirkels. (Fig. 92.)

(noch kürzer) da man nach (Fig. 85.) das Fünfeck sucht, giebt schon cf die Deckagonseite.

Eilfeck: Man zeichnet wie beym Neuneck ein gleichseitiges Dreyeck ade, und zu einer dessen Seiten ╪ den Diameter bh, so giebt fc die Polygonseite. (Fig. 89.)

Zwölfeck: Man zeichnet ein Sechseck, und halbiert wieder jeden Bogen, so findet sich das Zwölfeck.

§. 94.

Oder man theilt den 4ten Theil des Zirkels in so viele gleiche Theile, als das Polygon Seiten haben soll, und nimmt die Sehne von 4 solchen Theilen, die sodann die Polygonseiten giebt.

Beweis. $\frac{1}{4} \cdot \frac{4}{5} = \frac{4}{20} = \frac{1}{5}$ zum Pentagon, $\frac{1}{4} \cdot \frac{4}{6} = \frac{4}{24} = \frac{1}{6}$ zum Hexagon $\frac{1}{4} \cdot \frac{4}{7} = \frac{4}{28} = \frac{1}{7}$ zum Hextagon ꝛc.

§. 95.

Soll das Polygon nicht in, sondern um den Zirkel gezeichnet werden, so zeichnet mans dennoch ehevor in den Zirkel, zieht in jedes Eck den Radius,

dius, und an dessen Ende die Tangente, so werden diese Tangenten sich schneiden, und das äussere Polygon bilden. (Fig. 90.)

§. 96.

Wäre aber nur die Seite des Polygons gegeben, so findet man den Zirkel, worinn jene herum zu tragen ist, auf folgende Weise und zwar beym

Fünfeck: Wird zu gegebenen Seite ab die Linie be = ab perpendikulär angehängt, ab halbiert in d, und über b hinaus verlängert, mit der Weite de aus d der Bogen eg: Endlich mit ab aus a, und mit ag aus b die Bögen in f gezogen, über fab der Zirkel gesucht, darinn ab herum getragen. (Fig. 91.)

Sechseck: Die gegebene Seite ab selbst ist auch der Radius des Zirkels.

Siebeneck: Die gegebene Seite ab wird verdoppelt = ae Diese Linie ae in 15 Theile getheilt, und um 2 solcher Theile verlängert, oder = $\frac{17}{15}$ gemacht bis d. So ist ad der Diameter also $\frac{1}{2}$ ad der Radius des Zirkels. (Fig. 92.)

Achteck: Man errichtet über der gegebenen Seite ab das □ abde, zieht die Diagonalen ad, be und verlängert jede um ab, also = ag, bf, zieht die Linien fd, und ge, und verlängert sie auch, der Punkt c wo sie sich schneiden, ist des Zirkels Mittelpunkt, zieht man noch von a und b die Diameter am, bn, so sind alle Polygonecke im Zirkel bestimmt. (Fig. 93.)

Neuneck: Die gegebene Seite ab wird in 2 Theile getheilt, ihr noch 3 solche Theile zugegeben, daß 2 $\frac{1}{2}$ ab = ad, über ad wird ein gleichseitiger △ aed, und über solchen (nach §. 50.) der Zirkel gezeichnet. (Fig. 94.)

Zehneck. Man verfährt, wie beym Fünfeck, bis man g hat, dann werden aus a und b mit dem Radius ag die schneidenden Bögen in c gezogen, wornach ac = bc der Radius des Zirkels ist. (Fig. 95.)

Eilfeck: Die gegebene Seite ab wird dreyfach genommen = ad, über ad der gleichseitige △ aed, und über solchen der Zirkel gezeichnet. (Fig. 96.)

Zwölfeck: Ueber der gegebenen Seite ab wird ein gleichseitiger △ adb errichtet, ab halbiert,

biert, und der Perpendickl de über d hinaus verlängert, daß dc = ab, so ist c der Mittelpunkt, ac der Radius des Zirkels. (Fig. 97.)

§. 97.

Die Fläche ist eigentlich die zweyfache Ausdehnung des Punkts, oder die Ausdehnung der Linie in die Breite, oder auch die Gränze des Körpers.

Man setze (Fig. 98.) der Punkt a habe sich zuerst nach b ausgedehnet, (oder, wenn man lieber will, dahin vermehrt) so entstand die Linie ab. Wenn nun auch jeder Punkt dieser Linie ab seitwärts gegen sich ausdehnt, so entsteht eine Fläche. Den diesem Entstehungsbilde bevorstehenden Kreise glaube ich schon durch die Selbsterinnerung begegnet zu seyn.

§. 98.

Das Quadrat, dessen Seite zehn Ruthen hat, hält 100°□, der Quadrat-Schuhe eben so 100″□, und so fort. (Fig. 99.)

§. 99.

Wenn im Parallelograme die Theile der

Grund-

Grundlinie mit dem gleichen Theilen der Höhe multipliciert werden, so giebt das Factum alle Quadrattheile, oder die Fläche des Parallelograms. (Fig. 100.) Wenn ab = 16″ ad = 6′ so ist die Fläche = 16 . 6 = 96′ □.

§. 100.

Die Grundlinie mit der Höhe multipliziert giebt also die Fläche des Rechteckes, und Rechtecke mit gleichen Basen, und Höhen sind gleich, die nur mit gleichen Basen also sind wie ihre Höhen, die mit gleichen Höhen, wie ihre Basen.

§. 201.

Auch die Fläche des Rhombus, oder Rhomboides besteht im Factum seiner Grundlinie, und Höhe.

Oder (Fig. 101.) abcd = aefd.

Beweis. ef = ad = bc (§. 13.) also ef + fb = fb + bc oder eb = fc. Es ist auch ae = fd, ab = dc, also aeb = dfc und aeb − k + i = dfc − k + i.

Es

Es ist aber a e b — k + i = a e f d, und d f c — k + i = a b c d also a b c d = a e f d.

§. 102.

Jeder Triangel ist die Helfte eines rechtwinklichten Vierecks von nämlicher Grundlinie, und Höhe.

Beweis. 1mo. Im rechtwinklichten Viereck (Fig. 102) ist a b = d c, b d = a c, und b c = b c, also haben die Triangel b a c und b d c gleiche Seiten, weßwegen △ b a c = △ b d c (§. 33.) sohin b a c = $\frac{1}{2}$ a b d c.

2do. Im rechtwinklichten Viereck a e f c (Fig. 103.) ist der Pkl b d = a e, e b = a d, a b = a b also △ a d b = △ a e b = $\frac{1}{2}$ a e b d. So ist auch b d = f c, d c = b f, b c = b c also △ b d c = △ b f c = $\frac{1}{2}$ d b f c. Es ist auch a e b d + d b f c = a e f c, und a d b + d b c = a b c also a b c = $\frac{1}{2}$ a e f c.

Also giebt das halbe Factum der Höhe, und Grundlinie, oder das Factum der Höhe, und halben Grundlinie, oder das Factum

der

der Grundlinie, und halben Höhe, die Fläche des △.

§. 103.

Auch wenn beym schiefwinklichten △ abc (Fig. 104.) den Pkl bd nur auf die um cd verlängerte Grundlinie außerhalb des △ herabfällt, ist die Fläche des △ $= \frac{ac \cdot bd}{2}$.

Beweis. Man ziehe ae = und ‡ bd, so auch eb = ‡ ad, af = ‡ bc, so ist afbc = ac . bd. Es ist aber wegen gleichen Seiten △ acb = △ afb = $\frac{afbc}{2}$ also auch $= \frac{ac \cdot bd}{2}$.

§. 104.

Jene Triangel also, die gleiche Grundlinien, und Höhen haben, sind gleich, die von gleichen Grundlinien sind wie die Höhen, die von gleichen Höhen, wie die Grundlinien.

(Fig. 100.) Ist △ abc = △ afc; weil ac = ac, und bd = fe.

(Fig.

(Fig. 106.) Ist $\triangle$ abc $= \frac{1}{2} \triangle$ ade, weil ac nur $= \frac{1}{2}$ ae.

(Fig. 107.) Ist $\triangle$ abc $= \frac{1}{3} \triangle$ aef, weil zwar db $=$ eg aber ac nur $= \frac{1}{3}$ af.

§. 105.

Nun ergiebt sich auch der 2te Beweis des Grundsatzes (§. 46.) daß das Quadrat der Hypothenuse den Quadrate beyder andern Seiten gleich sey: nämlich

(Fig. 108.) Ist cbde $=$ abih $+$ acgf.

Beweis. Man ziehe vom Winkel a die Linie am $\ddagger$ bd, auch ae, ad, aus b die Linie bg, und aus c dieLinie ei, so ist, (weil bce $=$ acg) bca $+$ acg $=$ acb $+$ bce oder ace $=$ bcg. In beyden Triangeln sind also 1 Winkel, und zwey und 2 Seiten ac $=$ cg, bc $=$ ce, also die Triangel selbst gleich, oder $\triangle$ ace $= \triangle$ bcg (§. 34.) Es ist aber $\triangle$ ace $= \frac{1}{2}$ ckme und der gleiche $\triangle$ bcg $=$ $\frac{1}{2}$ acgf, also $\frac{1}{2} =$ agcf $= \frac{1}{2}$ckme oder acgf $=$ ckme: So ist auch der Winkel ibc $=$ abd, und die Seiten ib $=$ab,

= ab, bd = bc, also △ ibc = △ abd. Es ist aber △ ibc = $\frac{1}{2}$ ibah, und △ abd = $\frac{1}{2}$ bdmk also $\frac{1}{2}$ ibah = $\frac{1}{2}$ bdmk oder ibah = bdmk: nun ist bdmk + ckme = ebde, also cbde = ibah + acgf oder $bc^2 = ab^2 + ac^2$.

§. 106.

In schiefwinklichten Dreyecken wird der Pkl ohne Rechnung gefunden, wenn eine der Nebenseiten halbiert, und aus solchem Theilungspunkt mit der halben Seite als Radius ein Zirkel gezogen wird, der an der Grundlinie den Punkt des Pkl-Einfalls bestimmet, wornach der Pkl selbst gefunden wird.

Im △ abc (Fig. 109.) fällt am Punkt d der Pkl ein, oder bd ist der Pkl: der Beweis liegt in (§. 59.)

§. 107.

Durch bloße Rechnung wird der Innhalt eines Dreyecks aus dessen bekannten 3 Seiten, (nach §. 67.) gefunden, oder

A.

1). Beyde kleinere Seiten werden sowohl zusamm addirt, als voneinander subtrahirt.

2). Die Summe mit der Differenz multiplicirt.

3). Das Factum mit der größten Seite dividirt.

4). Der Quotus von der größten Seite abgezogen.

5). Der Rest halbiert (all dieß vermög §. 77.)

6). Die Halbscheid quadrirt, und vom Quadrat der kleinsten Seite abgezogen.

7). Aus dem Rest die $\sqrt{}^2$ ausgezogen.

8). Mit solcher Wurzl die größte Seite multipliciert, und das Factum halbiert.

Nämlich die größte Seite sey = c die zweyte = b die kleinste = a, so ist c : b + a = b − a : jenem Segment, so von c wegzuschneiden ist, um den Rest halbieren, sohin x finden zu können. $= \left\{c - \frac{b^2 - a^2}{c} : 2 = \frac{c^2 + a^2 - b^2}{2c}\right.$.

B.

Oder ich erhebe jede Seite zum Quadrat, addire das kleinste, und das größte Quadrat, sub-

subtrahiere davon das mittlere, und dividire den Rest mit der doppelten größten Seite, so habe das Segment x der großen Seite c, wo der Pkl einfällt; aus welchen sodann das übrige gefunden wird.

C.

Es ist aber der Pkl $= \sqrt{a^2 - x^2}$, und $a^2 x -{}^2 = (a + x) . (a - x)$ und (weil $x = \frac{c^2 + a^2 - b^2}{2c}$:) $a + x = \frac{2ac + c^2 + a^2 - b^2}{2c}$

so wie $a - x = \frac{2ac - c^2 - a^2 + b^2}{2c}$ also

$a^2 - x^2 = \frac{2ac + c^2 + a^2 - b^2}{2c}$.

$\frac{2ac - c^2 - a^2 + b^2}{2c}$ Es ist aber auch

$\frac{2ac + c^2 + a^2 - b^2}{2c} = \frac{(a + b + c)}{2c}$

$\frac{(a + c - b^2)}{2c}$ und $\frac{2ac - c^2 - a^2 + b^2}{2c}$

$= \frac{(b + c - a)\ (b - c + a)}{2c}$ also $a^2 - x^2 =$

$\frac{(a+b+c)(a+c-b).(b+c-a)(b-}{4c}$

$\underline{c+a)}$ und $\surd\, a^2 - x^2$ oder der Pkl $= \surd$

$\frac{(a+b+c)(a+c-b)(b+c-a)}{2.c}$

$(a+b-c)$ und die Fläche $= \frac{c}{2} \times \surd\, (a$

$\frac{+b+c)(a+c-b)(b+c-a)(a+b-c)}{2c}$

also $\frac{1}{4} \surd\, (a+b+c)(a+c-b)(b+$
$c-a)\, a+b-c)$.

Nämlich man addirt alle Seiten, subtrahiert jede Seite von der Summe beyder andern, multipliciert jene Summe, und diese 3 Resten untereinander, zieht aus dem Factum die $\surd^2$, und dividirt sie mit 4, so ist der Quotus die Fläche: Wie der Beweis schon in der Auflösung liegt.

Z. B. c sey $= 800$, $b = 600$, $a = 400$ so ist (A.) $800 : 1000 = 200 : 250$ sodann $\frac{800 - 250}{2} = 275 = x$: hernach $\surd\, (400^2 -$
$275^2) = \surd\, 160000 - 75625 = \surd\, 84375$

$= 290,47375$ und nun $\frac{800 \cdot 291^{\circ} 47375}{2} =$

$\underline{\underline{116189 \cdot 5}}$

(B.) $\frac{c^2 + a^2 - b^2}{2\,c} = \frac{640000 + 160000 - 360000.}{1600} = \frac{440000^2}{1600} = 275 = x$

Wornach das weitere wie oben die Fläche giebt mit $\underline{\underline{116189 \cdot 5}}$

(C.) $800 + 600 + 400 = \underline{1800}$, $800 + 600 - 400 = \underline{1000}$, $800 + 400 - - 600 = \underline{600}$ $400 + 600 - 800 = \underline{200}$

$1800 \cdot 1000 \cdot 600 \cdot 200 = 216000000000$

$\sqrt{216000000000} = 464758$, und $\frac{464758}{4} =$

$\underline{\underline{116189 \cdot 5}}$

§. 108.

Das Trapez wird berechnet, wenn halbe Summe beyder ∓ Seiten mit der Höhe multiplicirt wird. (Fig. 110.)

ab

$\frac{ab + cd}{2} \cdot ac = x.$

Beweis. Man verlängere a b um c d = a n, halbiere a n in f, fälle den Pkl d m und aus f errichte den Pkl f g = d m, verlängere c d bis g = c g. nun ist $\frac{an}{2} = \frac{ab +}{2}$ $\frac{cd}{} = af$, und a b — c d = a b = am = b m, $\frac{bm}{2} = \frac{ab - cd}{2} = bf -$ m f = g d. Nun sind auch in den Triangel d g h und b f h die Seiten d g und b f, so wie alle Winkel gleich, weil d g h = b f h, d h g = b h f, g d h = f b h, so sind auch alle Seiten gleich, oder b h = d h, und g h = f h, also △ d g h ∽ und = △ b f h und darum a c d b — b f h + d g h = a c d b = a f g c = a f . a c = $\frac{ab + cd}{2} \cdot ac$.

§. 109.

Auch beym Trapez mit 2 stumpfen Winkeln (Fig. 119.) a c d b ist die Fläche dem

subtrahiere davon das mittlere, und dividire den Rest mit der doppelten größten Seite, so habe das Segment x der großen Seite c, wo der Pkl einfällt; aus welchen sodann das übrige gefunden wird.

C.

Es ist aber der Pkl $= \sqrt{a^2 - x^2}$, und $a^2\, x -{}^2 = (a+x) \cdot (a-x)$ und (weil $x = \frac{c^2 + a^2 - b^2}{2\,c}$:) $a + x = \frac{2\,a\,c + c^2 + a^2 - b^2}{2\,c}$

so wie $a - x = \frac{2\,a\,c - c^2 - a^2 + b^2}{2\,c}$ also

$$a^2 - x^2 = \frac{2\,a\,c + c^2 + a^2 - b^2}{2\,c} \cdot$$

$\frac{2\,a\,c - c^2 - a^2 + b^2}{2\,c}$ Es ist aber auch

$$\frac{2\,a\,c + c^2 + a^2 - b^2}{2\,c} = \frac{(a+b+c)}{2\,c}$$

$\frac{(a + c - b^2)}{2\,c}$ und $\frac{2\,a\,c - c^2 - a^2 + b^2}{2\,c}$

$= \frac{(b+c-a)\,(b-c+a)}{2\,c}$ also $a^2 - x^2 =$

(a

$\frac{(a+b+c)(a+c-b).(b+c-a)(b-c+a)}{4c}$ und $\sqrt{a^2-x^2}$ oder der Pkl $= \sqrt{\frac{(a+b+c)(a+c-b)(b+c-a)}{2.c}}$ $(a+b-c)$ und die Fläche $= \frac{c}{2} \times \sqrt{\frac{(a+b+c)(a+c-b)(b+c-a)(a+b-c)}{2c}}$ also $\frac{1}{4}\sqrt{(a+b+c)(a+c-b)(b+c-a)\,a+b-c)}$.

Nämlich man addirt alle Seiten, subtrahiert jede Seite von der Summe beyder andern, multipliciert jene Summe, und diese 3 Resten untereinander, zieht aus dem Factum die $\sqrt{}^2$, und dividirt sie mit 4, so ist der Quotus die Fläche: Wie der **Beweis** schon in der Auflösung liegt.

Z. B. c sey $= 800$, $b = 600$, $a = 400$ so ist (A.) $800 : 1000 = 200 : 250$ sodann $\frac{800-250}{2} = 275 = x$: hernach $\sqrt{(400^2 - 275^2)} = \sqrt{160000 - 75625} = \sqrt{84375}$

=

$= 290,47375$ und nun $\frac{800 \cdot 291^{0}\ 47375}{2} =$

$\underline{\underline{116189 \cdot 5}}$

(B.) $\frac{c^2 + a^2 - b^2}{2\,c} = \frac{640000 + 160000 - 360000.}{1600} = \frac{440000^2}{1600} = 275 = x$

Wornach das weitere wie oben die Fläche giebt mit $\underline{\underline{116189 \cdot 5}}$

(C.) $800 + 600 + 400 = \underline{1800}$, $800 + 600 - 400 = \underline{1000}$, $800 + 400 - - 600 = \underline{600}$ $400 + 600 - 800 = \underline{200}$

$1800 \cdot 1000 \cdot 600 \cdot 200 = 216000000000$

$\sqrt{216000000000} = 464758$, und $\frac{464758}{4} =$

$\underline{\underline{116189 \cdot 5}}$

§. 108.

Das Trapez wird berechnet, wenn halbe Summe beyder ≠ Seiten mit der Höhe multiplicirt wird. (Fig. 110.)

ab

$$\frac{ab + cd}{2} \cdot ac = x.$$

Beweis. Man verlängere ab um cd = an, halbiere an in f, fälle den Pkl dm und aus f errichte den Pkl fg = dm, verlängere cd bis g = cg. nun ist $\frac{an}{2} = \frac{ab +}{2}$

$\underline{cd}$ = af, und ab — cd = ab =

$am = bm, \frac{bm}{2} = \frac{ab - cd}{2} = bf -$

mf = gd. Nun sind auch in den Triangel dgh und bfh die Seiten dg und bf, so wie alle Winkel gleich, weil dgh = bfh, dhg = bhf, gdh = fbh, so sind auch alle Seiten gleich, oder bh = dh, und gh = fh, also △dgh ∽ und = △bfh und darum acdb — bfh + dgh = acdb = afgc

$= af \cdot ac = \frac{ab + cd}{2} \cdot ac.$

§. 109.

Auch beym Trapez mit 2 stumpfen Winkeln (Fig. 119.) acdb ist die Fläche

dem

dem Factum aus der Höhe fe, und der Summe beyder ‡ Seiten gleich.

Beweis. Der Pkl fe theilt das Trapez in 2 andere Trapeze, wie das vorige war; bey welchen also die nämliche Rechnung einschlägt, und wornach beyde Resultate zusamm auch die

$$\text{Fläche} = \frac{ab + cd}{2} \cdot fe \text{ geben.}$$

§. 110.

Wenn in der Trapezoide abcd (Fig. 112.) die 2 Diagonalen ac und bd gezogen werden, so schneiden sie sich in e, halbiert man ihre Theile in x und y, oder in g und f, und zieht sowohl über diese Halbierungspunkte, als über die Ecke der Figur ‡ zu den Diagonalen die Linien mn, po, mp, so ist mnop = abcd, oder man ziehe hi, kl, hl, ik, so ist lhik auch = abcd = mnop.

Der Beweis ergiebt sich durch den Ersatz an gleichen Triangeln.

§. 111.

Der Innhalt eines regulären Polygons findet sich, wenn einer seiner Triangel,

angel berechnet, und dessen Innhalt mit der Zahl der Polygonseiten multiplicieret wird, (Fig. 113.) ist der Innhalt von $abdefg = 6\frac{(ab \cdot ch)}{2} = 3(ab \cdot ch)$ &c.

§. 112.

Wenn alle Triangel eines solchen Polygons nebeneinander mit verwechselten Scheiteln gesetzet werden, so bilden sie den Rhomboides $acne = ae \cdot ch$. (Fig. 114.)

§. 113.

Werden aber die Triangel so nebeneinander gesetzt, daß die Polygonseiten zusamm eine gerade Linie ausmachen, so ist die Summe ihrer Innhalte $= \frac{amno}{2} = amua = auno = apqo$ (Fig. 115.)

Beweis. $acb = aub$, $bcd = bud$, $dce = due$, $ecf = euf$, $fcg = fug$ und $gca = guo$ also $acb + bcd + dce + ecf + fcg + gco = aub + bud + due + euf + fug + guo = auo$

$$= \frac{amno}{2} = apqo = amud.$$

§. 114.

Weil ao = der Summe aller Polygonseiten, und eu = Pkl ch (Fig. 113.) so darf man nur die Summe aller Polygonseiten als die Basis, und ch als die Höhe eines Triangels betrachten, der dem Polygon gleich ist.

§. 115.

Jeder Zirkel wird als ein Polygon von unendlich kleinen, also unendlich vielen Seiten betrachtet, wobey also der Pkl = Radius angenommen werden; darum wird sein Innhalt einem △ gleich geschätzt, dessen Basis die Peripherie (als die Summe der Polygonseiten) und die Höhe der Radius ist.

Wenn also die gefundene Peripherie mit dem Radius multipliciert, und das Factum halbiert, oder die $\frac{1}{2}$ Peripherie mit dem Radius, oder die Peripherie mit $\frac{1}{4}$ Diameter mulipliciert wird, so ergiebt sich der Innhalt des Zirkels! Der Zirkl (Fig. 116.) also ist = △ cad weil ad = $\frac{2\,ac \,.\, 314}{100}$ &c.

§. 116.

So wird der Innhalt eines Sektors (Fig. 66.) gefunden, wenn dessen Bogenlinie gesucht, diese mit dem halben Radius multiplicirt wird.

§. 117.

Die Fläche des Segments (Fig. 67) wird gefunden, wenn man den Sektor a b d c ausmacht, dann den Triangel a c d berechnet, und vom Sektor abziehet.

§. 118.

Der Innhalt einer Krone, oder des Raumes zwischen 2 ineinander liegenden Zirkeln (Fig. 3. et 4.) ist die Differenz der Innhalte beyder Zirkel.

§. 119.

Der Innhalt zwischen 2 sich halbmondweise ineinander schliessenden Bögen a b d und a e d oder a b d e a ist = Segm.: a b d g — Segm. a e d g (Fig. 117.)

§. 120.

Der Innhalt der Ellipse (Fig. 69.) wird gefunden, wenn zwischen der größern, und kleinern

Axe die mittlere Proportionallinie gesucht, diese sodann als Diameter eines gleich grossen Zirkels genommen wird (Fig. 118.) ist ab : de = de : mn und der Zirkel dhikelod = ahnkblmga.

Der Beweis liegt darinn, daß man sich hier allerdings damit begnügen kann, gdhag + kelbk = lmgol + hnkih zu nehmen, da hierüber eine endliche Berechnung noch nicht gefunden ist.

Oder die Fläche der Ellipse ghef (Fig. 70.) wird gefunden, wenn der Sektor fag (= ebh) und der Sektor gch (= edf) berechnet, addirt, die Summe dupplirt, und davon der Innhalt der Raute adbc abgezogen wird. So ist die Fläche der Oval-Figur (Fig. 72.) = eag + 2gdk + imk — admc, und (Fig. 73.) = afb + 2bac + ced — aeb.

§. 121.

Der Innhalt jedes irregulären geradlinigten Vier- oder Vielecks wird gefunden,

1stens Wenn selbes durch Diagonalen in lauter Dreyecke berechnet, und die Innhalte addirt werden. (Fig 119.)

△abf+bcf+cfd+def=abcdef.

2tens. Wenn die entferntesten 2 Ecke durch eine Dialgonale verbunden, und auf solche von den übrigen Ecken Pkl gefällt, sodann die entstandenen Trapeze, und übrigen Triangel berechnet, und addirt werden (Fig. 120.)

3tens. Wenn in der Figur ein □ oder Parallelogram so groß, als möglich genommen, berechnet, und demselben die übrige Stücke addirt, oder nach Betreff subtrahiert werden, (Fig. 121.) ist das Rechteck cdgf + afc + bac — deg = den Trapez acde + bac = abcde.

4tens. Oder wenn durch Verlängerung einer, oder mehrer Seiten ein Rechteck, Trapez, oder △ erreicht, berechnet, und das nöthige zugegeben, oder abgezogen wird. (Fig. 122.) △afd — aed — bfc = abcde.

§. 122.

Der Innhalt einer irregulären krummlinigten Figur wird gefunden.

1mo. Wenn man nach scharfen Augenmaaß gerade Linien zieht, womit man der Figur an einem Ort soviel giebt, als am andern nimmt.

2do. Mit etwas mehr Genauigkeit pflegt man (Fig. 123.) die Sehnen ab, bc, und an solchen die Pkl me, nd zum größten Abstand des Bogens zu ziehen. Sind die Krümmungen noch beträchtlich, so werden von den Enden solcher Pkl weitere Sehnen, und auf solche die Pkl gezogen, bis die Krümmung in kleinen Dreyecken erscheinet, die sodann berechnet werden, oder

3tio. Man errichtet auf der Sehne, oder der Diagonale mehrere Pkl, und berechnet sodann die Trapetze (Fig. 124.)

4to. Wo die Krümmung groß, und deutlich, nimmt man auf solcher 3 Punkte vor, sucht den Zirkl, der solche bestreift, und berechnet sodann das Segment. (Fig. 125.)

Von

Von Vergrößerung und Verkleinerung der Figuren.

§. 123.

Der △ wird ohne Beybehaltung der Aehnlichkeit vergrößert, oder verkleinert, wenn seine Basis oder Höhe, oder beyde vergrößert, oder verkleinert werden. Mit Beybehaltung der Aehnlichkeit aber, wenn 2 Seiten desselben verlängert, oder verkürzt, und über deren Ende zur 3ten Seite eine ‡ Linie gezogen wird.

§. 124.

Ueberhaupt giebt die $\sqrt{^2}$ aus dem 2 — 3 — 4 oder mehrfachen Quadrat der Seite, die gleichnamigen Seite der 2 — 3 — 4 oder mehrmal größern ähnlichen Figur (Fig. 126.) ist $\sqrt{2a^2} = A = \sqrt{2b^2} = B$, $\sqrt{2c^2} = C$.

Darum △ abc = $\frac{1}{2}$ ABC.

Bei

Beweis. $a = b$, $c = A = B$, $a^2 + b^2 = 2a^2 = c^2 = A^2 = B^2$ also $\sqrt{2a^2} = A = B$, und eben so $2c^2 = C$.

§. 125.

So geschieht die Verkleinerung, mit $\sqrt{\frac{1}{2} A^2} = a$, $\sqrt{\frac{1}{2} B^2} = b$ und $\sqrt{\frac{1}{2} C^2} = c$.

§. 126.

Der Grundsatz überhaupts ist: wie die Innhalte der ähnlichen Figuren, so verhalten sich die Quadrate ihrer gleichnamigen Seiten. Wofür man beym Zirkel den Diameter nimmt.

Beweis. (Fig. 126.) ist $\triangle abc \sim \triangle ABC$ also $A : a = C : c$ und $B : b = C : c$ folglich auch $AB : ab = C^2 . c^2$. AB und ab sind aber Figuren, und C^2, c^2 sind Quadrate ihrer Seiten: also ꝛc.

§. 127.

Wie ein Quadrat durch Quadrirung der Diagonale verdoppelt werde, zeigte so eben (§. 124. et 126.) (Fig. 126.) Es kann aber aus dem Zentrum, das der Schnitt beyder Diagonalen giebt, über die 4 Ecke ein Zirkl, oder auch ohne

solchen

solchen über die Ende der Diagonalen durchgehende Perpendikl gezogen werden, so ist (Fig. 127.) abcd = $\frac{1}{2}$ ABCD.

Beweis. a = b = d = c, und E = A = B = C = D, also 2 a^2 = A^2 und $\sqrt{2 a^2}$ = A ꝛc.

§. 128.

So wird ein Quadrat halb so groß, wenn man über dessen halbe Diagonale ein Quadrat errichtet, (Fig. 134.) oder der 4te Theil, wenn man aus den halben Seiten zween Pkl durchzieht, und deren Ende mit Linien vereinigt. (Fig 127)

§. 129.

So zeigt (Fig. 128.) die jedmalige Hypothenuse die Seite, des 2 — 3 oder mehrmal größern Quadrats a b c d.

§. 130.

Wenn was immer für eine reguläre, oder irreguläre Figur z. B. von a b d e f g (Fig. 129.) aus dem Winkel g oder (Fig. 130.) aus einem beliebigen, also eben nicht eigentlichen Mittelpunkt c in Triangel getheilt wird, so geht deren Vergrößerung, oder Verkleinerung nach §. 126.

126. vor. Es werden alle gleichnamige Seiten ≠, darum ihre anliegenden Winkel =, darum auch die Triangel ähnlich, sohin die Seiten proportional seyn, und wenn eine Seite gefunden wird, so ergiebt sich die nächste Seite durch blossen Anstoß, und parallelle Richtung zu ihrer gleichnamigen.

Von
Verwandlung
der
Figuren.

---

§. 131.

Das Parallellogram a b c d wird in ein Quadrat verwandelt, wenn zu a b, und a d die mittlere Proportionallinie = a h gesucht, und über solche ein Quadrat errichtet wird (Fig. 131.) a e g h = a b c d.

Beweis. Wenn $\overline{ae}^2 = ab \times ad$; so ist $ab : ae = ae : ad$ und umgekehrt.

— In

— — In einen △, wenn (Fig. 132.) die Höhe ab, oder (Fig. 133.) die Basis ab bis d verdoppelt, und die Linie ed gezogen wird.

— — In einen Trapez (Fig. 110.) wenn einer der 2 Seiten soviel gegeben, als der andere genommen wird.

— — In einen Rhomboides, wenn eine Seite mit Beybehaltung der Höhe, und der parallelen Richtung verschoben wird. (Fig. 134.)

— — In einen Zirkl, wenn sein Innhalt mit 200 multipliciert, das Factum mit 157 dividiert, aus dem Quotus die $\sqrt{\ }^2$ gezogen wird, die den Diameter des Zirkels giebt.

Beweis. In einem Zirkel, dessen Diameter = 100 ist die Peripherie = 314. Also die Zirkelfläche = 314 . 25 = 7850, des Diameters Quadrat aber ist = 10000, also wie die Fläche zum □ des Diameters so verhält sich 7850 : 10000 oder 785 : 1000 und weil $\frac{785}{1000} = \frac{157}{200}$ so ist 157 : 200 = der Innhalt zum Quadrat des Diameters.

§. 132.

§. 132.

Das Quadrat wird in einen Triangel, Raute, Trapez, und Zirkel verwandelt, wie das Parellelogram.

In ein Parallelogram, wenn dessen Innhalt mit der willkürlichen, oder bestimten Länge (oder Höhe) dividiert wird, so giebt der Quotus die nöthige Höhe (oder Länge).

§. 133.

Der Triangel wird in ein Parallelogram verwandelt, wenn seine Höhe, oder seine Basis halbiert, und das rechtwinklichte Viereck gezeichnet wird. Vid. (Fig. 132 et 133)

— — In ein Quadrat, Raute, Trapez, wenn solcher erst in eine Parallelogram, dann dieß in jene verwandelt wird.

— — In einen Zirkl, wie das Parallelogram.

§. 134.

Die Raute wird zum Parallelogram, wenn auf die verlängerte Grundlinie von den gegenstehenden Winkeln Pkl herabgelassen und diese verbunden werden.

Nachhin wird selbe in jede andere Figur, und in den Zirkel ohnehin wie das Parallelogram verwandelt.

§. 135.

§. 135.

Wie das Trapez zum Parallelogram werde, ergiebt sich aus (§. 108.) und das übrige wie bey der Raute.

§. 136.

Wenn nach §. 115. der Zirkel (oder Sektor) in einem Triangel verwandelt ist, so ergiebt sich jede weitere Verwandlung desselben; und wenn vom Innhalt des Segments, der Ellipse, oder jeder irregulären Figur die $\sqrt{}^2$ gezogen wird, so giebt solche die Seite eines gleich großen Quadrats, und aus solchem jede andere Verwandlung.

Von der Theilung der Figuren.

§. 137.

Der △ wird in so viele gleiche, oder verhältnißmäßige Theile, als eine seiner Seiten getheilt, durch die in deren Theilungspunkte vom entgegenstehenden Winkel gezogene Theilungslinien (F.

135.

135.) z. B. △ adb = bde = ebc = abc. Der Beweis liegt in §vo. 115.

§. 149.

Sollen aber diese Theile mit verwechselt[en] Scheiteln nebeneinander stehen, so wird auch b[ei] 2. Seiten mit der Theilung abgewechselt: z. B[.] (Fig. 136.) abc sey in 5 gleiche Theile zu thei[len], so nimmt man $\frac{1}{5}$ von ac = ad, un[d] zieht bd, so ist adb = $\frac{1}{5}$ abc, und db[c] noch = $\frac{4}{5}$ abc; sodann giebt $\frac{1}{4}$ bc = be di[e] Theilungslinie de, und den △ bde = $\frac{1}{4}$ db[c] = $\frac{1}{5}$ abc = adb, und dec = $\frac{3}{5}$ abc, wornach $\frac{1}{3}$ dc = df die Linie ef giebt, un[d] den △ def = $\frac{1}{3}$ dec = $\frac{1}{4}$ dbc = $\frac{1}{5}$ ab[c] = bde = adb, und efc = $\frac{2}{5}$ abc, als[o] $\frac{1}{2}$ ec = eg, woraus cfg = feg = fe[d] = edb = dba = $\frac{1}{5}$ abc.

§. 139.

Wenn jede Seite eines △ in 2, 3, 4, [2c.] gleiche Theile getheilt, und die Theilungslinien ge[-] zogen werden, so erhält man so viele gleiche Theil[e] der Figur, als die Quadratzahl der Theile eine[r] Seite beträgt. (Fig. 137. et 138.)

§. 140.

§. 140.

Und dann könnte man nach Trapetzen, und Trapezoiden, die verlangten gleichen Theile bestimmen, wenn man z. B. (Fig. 138.) dem ersten Theil 1, 5, 2, dem andern 3, 4, 7, dem dritten 6, 8, 9, zulegte.

§. 141.

Schicklicher ist es den Triangel in lauter parallelle Trapetzen bis auf einen Theil, so noch $\triangle$ bleibt zu theilen (Fig. 139.) z. B. abc soll in 4 gleiche Theile gehen.

Man berechnet den Innhalt, und findet z. B. selben $= 23040' \square$, 4, trift also jedem Theil $5760' \square$, 1. nun ist 23040, 4 : 5760, 1 oder $4:1 = \overline{ab}^2 : \overline{bd}^2$ und $\sqrt{bd^2} = bd = 134, 3$. So giebt sich auch be, oder ich ziehe gleich von d die Linie de $\parallel$ ac, so ist dbe $= \frac{1}{4}$ abc sohin adec $= \frac{3}{4}$ abc.

Das nächste Trapez fdeg findet sich, wenn man seinen Innhalt zu dbe addirt, oder dbe duplirt $= \frac{1}{2}$ abc. also $2 : 1 = ab^2 : bf^2$ und $\sqrt{bf^2} = bf$, ziehe fg $\parallel$ ac, so ist $\triangle$

fbg

fbg $= \frac{1}{2}$ abc, und fbg — dbe = fde
$= \frac{1}{4}$ abc.

Endlich nimmt man dbe dreymal, um den △ hbi zu finden $= \frac{3}{4}$ abc: sagt also 4 : 3 $= ab^2 : bh^2$ und $\sqrt{^2 bh^2} = bh$, ziehet hi ‡ ac, so ist △ hbi $= \frac{3}{4}$ abc und hbi — fbg = hfgi $= \frac{1}{4}$ abc = ahic.

§. 142.

Sind ungleiche Theile verlangt z. B. 4 Theile, wovon einer $= \frac{1}{5}$ der andere $= \frac{1}{4}$, der dritte $= \frac{1}{10}$ der vierte $= \frac{9}{20}$ sey, so bringt man solche Brüche zu gleichen Nennern, addirt die Zähler, und theilt den △ in so viele Theile, als diese Summe der Zähler anzeigt; hiermit in obiger Aufgabe = 20 Theile, wovon der erste 4, der zweyte 5, der vierte 9 Theile bekömmt.

§. 143.

Soll vom △ abc ein verlangtes Stück z. B. = 8000 an der gegebenen Seite ab = 170 abgeschnitten werden, so wird der Innhalt des verlangten Stücks, also 8000 mit 170 dividiert und der Quotus = 40, 7 wird dupliert = 81, 4 welches sodann der Pkl de zum △ adb = 8000 ist. (Fig. 140.)

An-

Anm. Der Quotus war als die gefundene Höhe darum zu dupliren, weil er sonst die Höhe des Parallelograms gewesen wäre.

§. 144.

Wird aber auf einer Seite der Punkt d gegeben, (Fig. 141.) wo die Theilung anzubringen sey, so zieht man von solchen die Linie db, berechnet adb, und was noch abgeht, giebt man ihm (nach §. 154.) mit solchem durch bd dividirten Abgang, und duplirten Quotus = ef mit der Linie df.

§. 145.

Das Quadrat, oder Parallelogram, wird durch eine Diagonale in 2 rechtwinklichte gleiche Triangel, durch doppelte Diagonalen jenes in 4 rechtwinklichte, gleichschenklichte, und gleiche, dieß in 2 stumpfwinklichte, und 2 spitzwinklichte, gleichschenklichte, und gleiche, endlich, wenn noch von den halben Seiten Pkl gezogen werden, jedes in 8 rechtwinklichte gleiche Triangel getheilt (Fig. 142. et 143.) abc = adc; amb = bmc = cmd = dma, amg = gmb = bmf = fmc = cmh = hmd = dme = ema, und (Fig. 151.) abc = adc, amd = bmc,

amb = cmd, amg = gmb &c. auch amg + gmb = bmf + fmc also amb = bmc.

§. 146.

Werden mehrere, oder ungleiche Theile, und solche, die, ohne Triangel zu seyn, all an einer Seite anliegen, verlangt, so wird nur solche Seite getheilt, und aus den Theilungspunkten die Pkl gezogen.

§. 147.

Soll ein Stück gegebenen Innhalts abgeschnitten werden, (Fig. 144.) so wird dessen Innhalt mit der Seite ab, mit der jenes wegkommen soll, dividirt, der Quotus giebt die Länge auf der Linie ad, nämlich af, wo der Theilungs-Pkl eintrift.

§. 148.

Sollte aber die Theilungslinie bey gegebenen Innhalt des Abschnitts durch den auch gegebenen Punkt h gehen, so zieht man den Pkl hg, berechnet den Innhalt von abgh, und nimmt, oder giebt ihm, was er zuviel, oder zu wenig hat, durch den △ igh, (Fig. 145.) oder man sucht dem ohngeacht den Punkt f, zieht den

Pkl

Pkl e f, und macht oben ie = f h, zieht i h; so ist a b i h was man suchte.

§. 149.

Wenn ein Parallelogram a b c d (Fig. 146.) durch die Diagonale a c getheilt, auf a c was immer für ein Punkt e angenommen, und durch solchen Punkt f g ‡ a d und h k ‡ a b gezogen wird, so ist a b c d in 4 Vierecke getheilt, wovon die von der Diagonale undurchschnittenen sich gleich seyn werden, nämlich f b h e = k e g d:

Beweis. a b c = a d c, e h c = e g c, und a f e = a k e, also a b c — e h c — a f e = a d c — e g c — a k e = f b h e = = k d g e, oder e g . d g = e h . b h.

1. Anm. Daraus ergiebt sich also auch e h : e g = d g : b h (= a k; und so kann zu 3 Linien h e, e g, und e k die 4te Proportionallinie gefunden werden, wenn h e und e k gerade zusammengesetzt, e g in e errichtet, h c = und ‡ e g, sodann die Linie c d = und ‡ h k gezogen, die Diagonale c e über e, und die Linie d k über *k* ausgezogen werden, bis sie sich in a schneiden, so ergiebt sich, was man suchte, nämlich a *k* = b h $= \frac{eg \cdot ek}{he}$

2te Anm. Das nämliche gilt auch bey schiefwinklichten, das ist rautenförmigen Parallelogrammen: denn (Fig. 147.) ist $ag = fe = dk$, $gb = eh = kc$, $df = ke = ch$, und $ad = bc$, $ab = dc$, bd ohnehin $= bd$, so wie $be = be$, also $\triangle dab = \triangle bcd$ und $\triangle egb = \triangle bhe$ endlich, weil Pkl $geb = adb = ebh = dbc = dek$, so wie $gbe = abd = beh = bdc = edk$, so ist auch $egb = dab = ehb = dcb = dke$, also $\triangle egb \backsim \triangle dab \backsim \triangle dcb \backsim \triangle dke$, folglich $eg : eh (= gb) = ek : dk (= ag)$ oder $eg \cdot ag = eh \cdot ek$.

§. 150.

Das Trapez wird getheilt, wie das Parallelogram, wenn es ehevor in dieses verwandelt, und dann getheilt wird.

Wäre aber ein Stück von bestimmter Größe, aus einem gegebenen Punkte, und an der schiefen Seite abzuschneiden, so zieht man den gegebenen Innhalt dieses Stücks vom Innhalt des ganzen Trapezes ab, und schneidet sodann diesen Rest an den entgegengesetzten Enden weg.

§. 100.

§. 151.

Wäre aber der Abschnitt mit einer der 2 parallelen Seiten z. B. (Fig. 148.) mit bc zu nehmen, und sollte die Theilungslinie auch ∓ bc seyn, so wird

1mo. Der ganze △ aed berechnet, da man ae $\left| = \frac{ab \,.\, ad}{ad - bc} \right|$ mit ad multipliciert, und das Factum halbiert.

2do. Der Innhalt des abzuschneidenden Stücks wird vom Trapez und

3tio. Dieser Rest vom ganzen Triangel aed abgezogen.

4to. Dieser Triangelrest wird mit $\overline{ae}^2$ multiplicirt, das Factum mit dem Innhalt von ead dividirt.

5to. Aus diesem Quotus wird die Wurzel gezogen = eg.

6to. Von g die Linie gh ∓ ad gezogen ist die Teilungslinie, und gbch das verlangte Stück.

Beweis. Man ziehe aus c den Pkl cf (= ab) so ist fd = ad — bc, und weil der Winkl

ade

$ade = fdc$, $cfd = ead$, sohin auch $fcd = aed$, so ist $\triangle cfd \backsim \triangle ead$ darum $fd : fc = ad : ae$ oder $ad - bc : ab = ad : ae$ oder $ae = \frac{ab . ad}{ad - bc}$ das übrige des Beweises steckt sodann in §. 126.

§. 152.

Die Raute wird getheilt, wie das Parallelogram, (Fig. 149.) daß, statt des Pkls, die Theilungslinie ‡ ab laufen. Sollten aber, soviel möglich, Rechtecke herauskommen, so macht man die Raute zum Parallelogram, halbiert ae in g und df in h, zieht die Pkl gi, hk = cf, so ist gikh = ebcf = abcd; theilt sodann gikh in die verlangten Theile, so ist ablm = mlno = oncd. (Fig. 150.)

Jedes reguläre Vieleck wird in verlangte Theile getheilt, wenn man 1mo. den berechneten ganzen Innhalt mit der Theilen • Zahl dividirt, also jeden Theils Innhalt berechnet.

2do. Wenn man den 1sten Theil (wie §. 143.) mit willkührlicher Linie b g nimmt, ihn berechnet, und nach Bedarf vermehrt oder vermindert,

dert, dann den 2ten, 3ten Theil vornimmt, u. s. f. sieh Fig. ad 141.

§. 154.

Ist die Seite eines Rechtecks, oder die Linie a b ungleich getheilt z. B. in c (Fig. 151.) so ist das Quadrat der ganzen Linie a b der Summe der Rechtecken aus ganz a b und dem Theile c b, dann a b, und a c gleich. Oder $ab^2 = (ab \cdot cb) + (ab \cdot ac)$

Beweis. $ab = ae = ed = bd = cg$, es ist also $ae \cdot ac = ab \cdot ac$ und $bc \cdot bd = bc \cdot ab$, es ist aber $(bc \cdot bd) + (ac \cdot ae) = ab^2$, also auch $ab \cdot bc + ab \cdot ac = ab^2$. Es sey $ab = 12$, $ac = 4$, $bc = 8$, so ist $12 \cdot 12 = 144 = (12 \cdot 4) + (12 \cdot 8) = 48 + 96 = 144$.

§. 155.

Es ist auch das Factum aus ganz a b und dem Theile b c der Summe des Quadrats dieses Theils, und des Factums aus beyden Theilen gleich, oder $ab \cdot bc = bc^2 + (ac \cdot bc)$ (Fig. 152.)

Be-

Beweis. Nachdem $cb^2 = cbdg$ errichtet, ae ‡ und $= cg = cb$, eg ‡ und $=$ ac gezogen, so ist $acge = ac \cdot bc$, und mit $cb^2 = abde$, oder $12 \cdot 8 = (8 \cdot 8) + (8 \cdot 4)$

§. 256.

Es ist auch das Quadrat von ganz ab dem Quadraten beyder Theile mit dem doppelten Factum aus denselben gleich; oder $ab^2 = ac^2 + bc^2 + 2\,(ac \cdot bc)$ (Fig. 151.) oder wenn $ab = a$, $bc = b$, $ac = c$ so ist $a^2 = b^2 + c^2 + 2\,bc = (c + b^2)$

Beweis. Wenn $af = ch = bi = ac$ genomen, und fdi gezogen ist, so ist auch $ac = fh = eg$ und $cb = hi = gd = id = hg = fe$, also $hidg = bc^2$, $achf = ac^2$, $cbih = efhg = ac \cdot bc$ sohin beyde zusamm $= 2\,(ac \cdot bc)$ und diese mit $ac^2 + bc^2 = ab^2$. Oder $12 \cdot 12 = 144 = (4 \cdot 4) + (8 \cdot 8) + (4 \cdot 8 \cdot 2) = 16 + 64 + 64 = 144$.

§. 157.

Und die Summe der Quadraten von

ganz

ganz ab, und eines Theils, (als ac) ist der Summe des Quadrats des andern Theils bc, und des doppelten Factums aus ganz ab und jenem Theil ac gleich: oder $ab^2 + ac^2 = bc^2 + 2\ (ab \,.\, ac)$ (Fig. 153.)

Beweis. Wenn $ab^2 = ahfb$ und $ac^2 =$ acde gebildet, cg = und ‡ ah, und die Diagonale bh, durch den Sektionspunkt i aber mk ‡ und = ab gezogen sind, so ist $ac = ad = de = ec = ki = hg = hk = gi = fm$, und $cb = im = gf = bm = ci = ak$, so auch $im + ik = km = ab = ka + ad = kd = ie = hf$, also $khfm = ab \,.\, ac = kied$, darum $kied + hhfm = 2\ (ab \,.\, ac)$ und $cimb = cb^2$. Beyde machen aber zusamm aus $ab^2 + ac$; oder bey nämlicher Zahlannahm ist $(12 \,.\, 12) + (4 \,.\, 4) = (8 \,.\, 8) + (12 \,.\, 4)\ 2 = 144 + 16 = 64 + 96 = 160.$

§. 158.

Ist ab gleich getheilt in c, und un-
gleich

gleich in d, so ist das Quadrat von halb ab der Summe des Factums aus beyden ungleichen Theilen, und des Quadrats der Differenz von kleinen Theil, und der Hälfte gleich: der $ac^2 = (ad \cdot db) + cd^2$ (Fig. 154.)

Beweis. Wenn das Quadrat von cb ($= ac$) $= cilb$ errichtet, dk ‡ und $= ci = cb$ gestellt, bh, dg, cf, $ae = gh = kl = db$ genommen, hf gen e verlängert, und mit dem Pkl $ae = db$ verbunden ist; so ist auch $cd = fg = ik = if = kg = lh$. Weil auch $ac = cb = ef = fh = il = ci = dk = bl$, so ist $aefc = dklb = ac \cdot db$ und $aefd + cikd = dklb + cikd = cb^2 = ac^2 = aegd + fikg = (ad \cdot db) + cd^2$.

Es sey wieder $ab = 12$ also $ac = 6$, $ad = 8$, also $bd = 4$, $cd = 2$, so ist $6 \cdot 6 = (8 \cdot 4) + 2 \cdot 2 = 32 + 4 = 36$.

§. 117.

Es ist sodann auch die Summe der

qua-

quadrirten ungleichen Theilen noch so groß, als die Summe der Quadrate der Hälfte. und deren Differenz vom kleinern Theil, oder $ad^2 + bd^2 = 2(ac^2 + cd^2)$ (Fig. 155.)

Beweis. Man errichte aus c den Pkl $ce = ac$, ziehe ae, be, und aus d den Pkl dg ∥ ce, ziehe endlich ag, und aus g ∥ und $= cd$ die Linie gf. Weil nun $ace = bce = 90°$, und $ac = ec = bc$, so ist $cae = aec = ceb = cbe = 45°$, also $aec + ceb = aeb = 90°$. Es ist auch $efg = gdb = 90°$, also egf wie $dgb = 45°$, folglich $ef = gf = cd$ und $gd = bd = fc$. Es ist aber $ae^2 = 2ac^2$, $eg^2 = 2cd^2$, und $ae^2 + eg^2 = ag^2 = ad^2 + db^2$, also $2ac^2 + 2cd^2 = ad^2 + db^2$, oder nach obiger Zahlannahm ist $(8.8) + (4.4) = 2(6.6) + (2.2) = 64 + 16 = 2(36 + 4) = 80$.

§. 160.

Wenn ab in c halbiert ist, und bd hinzu gesetzt wird, so ist die Summe des Factums von ganz ad und dem beygesetzten bd, dann des

Qua-

Quadrats von halb ab, dem Quadrat der Summe von halb ab, und dem beygesetzten bd gleich, oder $(ad \cdot bd) + ae^2 = cd^2 \cdot cd^2$) (Fig. 156.)

Beweis. Man errichte den Pkl $ae = bd$, und die Pkl ci, bk, $dl = cd$, bemerke auch cf, bg, $dh = bd$, so ist $cild = cd^2$, und $bghd = bd^2$, $fikg = cb^2 = ac^2$, $gklh = fgbc = aefc$, $bkld = cfhd$, also $bkld + cfgb = cfhd + aefc = ad \cdot bd$; und, wenn jedem das Quadrat $fikg$ zugesetzt wird, ist $bkld + cfgb + fikg = cd^2 = aehd + fikg = (ad \cdot bd) + ac^2$, oder wenn 12 halbiert wird, um 8 zugesetzt wird; das ist: wenn $ab = 12$, $ac = 6$, $bd = 8$ sohin $cd = 14$ und $ad = 20$ genommen wird, so ist $(20 \cdot 8) + (6 \cdot 6) = 14 \cdot 14 = 196$.

§. 161.

Sodann ist auch das Quadrat von ganz ad der Summe des vierfachen Rechtecks aus ac und cd, dann des Quadrats von bd gleich; oder $ad^2 = 4(ac \cdot cd) + bd^2$. (Fig. 157.)

Be-

Beweis. Man errichte $ad^2 = aefd$, stelle auch die Pfl cg, bh ‡ und $= ae = ad$, ziehe die Diagonale af; durch die Sektions-punkte nk ziehe man die Linien wp, lm = und ‡ ad, so ist $ac = cb = ln = nq = wo = ok = eg = gh = wl = on = kq = la = nc = qb = pm = md$ und $we = og = kh = fp = hf = kp = qm = bd$, $khfp = bd^2$, $alnc = lwon = okqn = qbcn = ac^2 = \frac{1}{4} ab^2$. Folglich $bd . ac + bc^2 = cd . ac = cnmd = nopm = legn = oghk + alnc$ diese viere also $= 4 (cd . ac)$ und nun $khfp = bd^2$ dazu genommen, ist $4 (cd . ac) + bd^2 = ad^2$, oder, in obiger Annahme $20 . 20 = 4 (6 . 14) + 8 . 8 = 84 . 4 + 64 = 400$.

§. 162.

Und es ist die Summe der Quadraten von ganz ad, und dem Zusatz bd noch so groß, als die Summe der Quadraten von halb ab, dann der andern Hälfte mit dem Beysatz bd, oder $ad^2 + bd^2 = 2 (ac^2 + cd^2)$ Fig. 158.)

Be-

Beweis. Man errichte die Pkl ce und d f = a c, ziehe ef, po ‡ und = c d ist. Man ziehe auch a e, und eb, verlängere eb über b, und f d über d, bis sie sich in g schneiden, ziehe endlich auch a g. Nun ist ace = ecb = 90°, und weil ac = cb = ce, so ist auch cae = aec = ceb = cbe = 45°, also aec + ceb = aeb = aeg = 90°. Weil efg = 90° und gef = cef − ceb = 90 − 45 = 45°, so ist auch egf = 45°, also ef = fq = cd, so muß auch g b d = 45°, also bd = gd seyn. Nun ist $ae^2 = 2\,ac^2$, $eg^2 = 2\,cd^2$, $ae^2 + eg^2$ $ag^2 = ad^2 + bd^2$, also $2\,ac^2 + 2\,cd^2 = ad^2 + bd^2$, oder $ad^2 + bd^2 = 2\,(ac^2 + cd^2)$ oder $(20.20) + (8.8) = 2\,(6.6 + 14.14) = 464$.

Stereometrie.

§. 163.

Aus der dreyfachen Ausdehnung, oder wenn sich eine Fläche noch nach der 3ten Richtung ausdehnt,

dehnt, entsteht ein **Körper**, Körperraum. Ein Körper ist also, was dreyfach meßbar, oder was zugleich lang, breit und hoh ist.

§. 146.

So entsteht besonders ein **Kugelraum**, wenn sich eine halbe Zirkellinie a b d um ihren Diameter a d ganz herum bewegt. (Fig. 159.)

— — Ein **Prisma**, wenn sich eine geradlinigte Fläche a b c in die Höhe ausdehnt, daß a b c d e f daraus wird. (Fig. 160.)

— — Ist aber diese aufsteigende Fläche ein Quadrat, und steigt so hoh, als die Quadratseite lang, so entsteht ein **Würfl**, **Kubus**. (F. 161.)

— — Ist sie ein Parallelogram, oder auch ein Quadrat, das aber höher ist als der Würfl, so entsteht ein **Parallelipedum**. (Fig. 162.)

— — Ist die Grundfläche ein Zirkl, so entsteht durch dessen Aufsteigen ein **Zilinder** (Fig. 163.)

Dreht sich ein rechtwinklichter Triangel a b d um seinen Kathetus a b, so beschreibt er einen **Kegel**, (**Conus**) (Fig. 164.)

Hält

Hält sich aber die Hypothenuse a d zwar an a fest, geht aber bey d unten nach einer geradlinigten Figur d e f herum, so zeichnet sie eine Pyramide. (Fig. 165.)

§. 165.

Die Oberfläche des Würfels besteht aus seiner sechsfachen Quadrat- oder Grundfläche.

— — des Parallelipedums aus 6 rechtwinklichten Vierecken, deren 2 und 2 einander gleich sind.

— — des Zilinders aus seiner doppelten Zirkelfläche, und dem Factum der Peripherie und Höhe.

— — des Prisma ist gleich der Summe aus seiner doppelten dreyeckigten Entstehungsfläche, dann den 3 Seitenflächen.

— — der Pyramide besteht aus seiner Grundfläche, und den Flächen der aufsteigenden Triangel.

— — des Kegels, aus seiner Grundfläche, und dem Factum der Grundperipherie mit der halben Seite, die von der Spitze des Kegels auf einen Punkt der untern Peripherie gezogen wird; denn wenn a als das Zentrum eines Zirkels,

und

und a d als der Radius betrachtet wird, so ist die untere Peripherie nur ein Theil dieses grossen Zirkels, sohin ein Bogen, und darum die Oberfläche des Kegels ein Sektor von jenem.

§. 166.

Der Kubikinnhalt eines Würfls ist also seiner Entstehung nach $= \overline{ab}^3$, und wenn $ab = 10$, so ist $ab^2 = 100$ sohin $ab^3 = 1000$. (Fig. 166.)

§. 167.

So ist auch der Kubikinnhalt des Parallelipedums, Prismas, des Zilinders = dem Faktum seiner Grundfläche und Höhe.

§. 168.

Parallelipede, Prismen, und Zilinder also von gleichen Grundflächen, und Höhen, sind gleich; die von gleichen Grundflächen sind wie ihre Höhen, und umgekehrt z. B. Wenn jede der 2 Mauren A und B 60′ lang, 3′ dick, und 30′ hoh ist, so ist A = B = 5400′ cub. = 5°, 400′ cub. Wäre aber B nur 15 Schuh hoh, so wäre sie nur = 2700′ cub. = $\frac{1}{2}$ A, oder wäre sie 60 lang und 30′ hoh wie A, aber nur 2′ dick, so wäre sie = 3600′ cub. = $\frac{2}{3}$ A.

§. 169.

Auch alle Kegl, und Pyramiden von einerley Grundflächen und Höhen sind gleich, denn sie haben sodann gleiche Erzeugungsflächen, oder Flächen, worinn sie enthalten sind, und werden in gleichem Verhältniß nach dem Scheitel hin abnehmen.

§. 170.

Jeder Kubus, oder Parallelipedum läßt sich durch den über entgegenstehende Ecke angebrachten Diagonalschnitt in 2 gleiche dreyeckigte Prismen theilen (Fig. 167.) badehg = bcdefg, denn △ bad = bcd und cf = ah.

§. 171.

Jedes dreyeckigte Prisma läßt sich in 3 gleiche Pyramiden theilen. (Fig. 168.)

Denn, wenn ohne Verletzung des △ acb die erste Theilung von a gen de, und von e gen ac geschieht, so hat adef zur geraden Höhe af, und zur Grundfläche den △ fed, und eb ac hat zur geraden Höhe eb = af, und zur Grundfläche den △ abc = fed, sind also beyde einander gleich. Endlich hat das übrige ce da zur Grundfläche den △ ced = △ cbe,

der

der auch die Grundfläche von c e b a heißen kann, welche beyde ihre Scheitel in a, also auch gleiche Höhen haben, und darum auch gleich sind.

Anm. Dieser Beweis läßt sich am deutlichsten durch wirkliche Theilung eines Prisma zeigen.

§. 172.

Es beweiset sich also der Satz, daß alle Kegl und Pyramiden von gleichen Grundflächen, und Höhen gleich seyen, neuerdings, weil alle Prismen von einerley Grundflächen und Höhen gleich sind, (§. 170.) und jeder Kegl eine Pyramide ist, dessen Grundfläche für ein Polygon von unendlich kleinen Seiten gilt (§. 126.) jede Pyramide aber $= \frac{1}{3}$ des Prisma von nämlicher Höhe, und Grundfläche ist.

§. 173.

Wenn also bey der Pyramide, oder Kegl die Grundfläche $= a$, die perpendikuläre Höhe $= b$, so ist ihr körperlicher Innhalt $= \frac{ab}{3}$: und bey gleichen Grundflächen ist ihr Innhalt, wie ihre Höhen, und umgekehrt: denn obwohl z. B. bey gleichen Grundflächen der Kegl A,

der noch so hoh als der Kegl B wäre, seine obere Helfte < B hat, so ist doch die untere > B. (Fig. 169 et 170.)

§. 174.

Ist der Kegl durch einen Schnitt d e ‡ ab (Fig. 171.) abgekürzt, so heißt er auch ein abgekürzter Kegl, und sein Innhalt wird insgemein (doch unrichtig) so berechnet, daß man $\frac{ab + de}{2}$ als den Diameter eines gleich großen Zilinders annimmt, der der aber zu wenig giebt: denn offenbar erhält die Peripherie d e durch die Vergrösserung g h das nicht, was an der Peripherie a b bey m n verlohren gieng.

§. 175.

Die beßere Berechnung geschieht also, damit, daß man (Fig. 172.)

1mo. Den kleinen Diameter vom großen abzieht, und den Rest halbirt.

2do. Das Factum des halben großen Diameters, und der Höhe des abgekürzten Kegels mit diesem Rest dividirt, so giebt der Quotus die Höhe des ganzen Kegels, der sodann (nach §. 173.) berechnet wird.

3tio.

3tio. Von der Höhe des ganzen Kegls wird die Höhe des abgekürzten Kegls abgezogen, und aus dem Rest, und dem kleinern Diameter der obere, oder abgängige Kegl berechnet, und

4to. Dieser Innhalt vom Innhalt des ganzen Kegls abgezogen, denn $\frac{ab - de}{2} = hb - hm = mb$, und $em = gh$, $emb = ghb$, $= chb$, $mbe = hbc$, $meb = hcb$ also $\triangle\, emb \backsim chb$, und darum $mb : em = hb : ch$, oder $\frac{ab - de}{2} : gh = \frac{ab}{2} : ch$ als der Höhe des ganzen Kegls, und das übrige beweiset sich sodann von selbst. Oder man berechnet den Innhalt nach §. 176, nimmt sodann die halbe Differenz beyder Diameters als den Diameter eines besondern gleich langen, und nun zu berechnenden Kegels an, dessen Innhalt man zum erstern addirt. Z. B. Der abgekürzte Kegl sey 40' lang, sein kleiner Diameter habe 10'', der grössere 16 Zoll, so ist (nach §. 176.) $\frac{16 + 10}{2}$

$=$

$= 13$ der Diameter eines Zilinders, sein Peripherie also $= \frac{13 \cdot 314}{100} = 40, 82$ und seine Fläche $= \frac{6, 5 \times 40, 82}{2} = \frac{265, 330}{2} = 132'', 665$ sohin sein kubischer Innhalt $= 40' \times 132'', 665 = 400'' \times 132'', 665 = 53066''$ cub. $= 53', 66$ cub. Zoll setze ich nun (nach §. 177.) $\frac{16 - 10}{2} = 3''$, und $\frac{8'' \times 400''}{3} = 1066, 666 =$ der Höhe des ganzen Kegls, sodann $\frac{16 \cdot 314}{100} = 50, 24$ und $\frac{50, 24 \times 8}{2} = 200$ 96, und $\frac{200, 96 \times 1066, 666}{3} = 71452, 39978$ hernach $\frac{314 \cdot 10}{100} = 31, 40$ und $\frac{31, 40 \times 5}{2} = \frac{157}{2} = 78, 5$ und $1066,666 - 400 = 666, 666$, sodann $\frac{666, 666 \times 78, 5}{3} = 17444, 427$. Endlich $71452, 39978 - 17444, 427 = 54007''$ cub. $97278 =$

54'

$\underline{\underline{54' \cdot 8''}}$ oder ich setze obige $\frac{16 - 10}{2} = 3$,

und $\frac{3 \cdot 314}{100} = 942$ und $9,42 \times 0,785$ $(= \frac{3}{4})$ so ergiebt sich $7,065$, und

$\frac{7,065 \times 400}{3} = \frac{2826}{3} = 942''$ cub.: und folglich $53', 66''$ cub. $+ 942''$ cub. $= \underline{\underline{54', 8''}}$ cub.

Dritt. Art. 1mo. Man addirt beyde Durchmesser $10 + 16 = 26$.

2do. Quadrirt die Summe. $26 \cdot 26 = 676$.

3tio. Multipliciert die Durchmesser miteinander $10 \times 16 = 160$.

4to. Subtrahirt dieß Factum von jenem Quadrat. $676 - 160 = 516$.

5to. Diesen Rest multiplicirt man mit der Länge $516 \cdot 400 = 206400$.

6to. Dieß Factum wieder mit $0,785 = 162024$.

7mo. Dividirt das letzte Factum mit 3, so ist

$\frac{162024}{3} = 54,00''\ 8$, cub. $\underline{\underline{54', 8''}}$

§. 176.

§. 176.

Der Kubikinnhalt einer Kugl ist = $\frac{2}{3}$ Zilinder gleichen Diameters, und Höhe.

Beweis. Wenn sich (Fig. 173.) das Quadrat abcd um die Seite ab bewegt, so beschreibt es einen Zilinder; bewegt sich aber der rechtwinklichte gleichschenklichte △ adc um cd, (= ab) so beschreibt er einen Kegl; endlich wenn sich der Quadrant bfd um die Linie ab = cd bewegt, so beschreibt er eine halbe Kugl. Alle 3 Figuren haben sodann einerley Höhe = ab = cd, und einerley runde Grundfläche vom Diameter = 2 ad. Würde nun die Linie gh ≠ ad sich auch herumbewegen, so würde sie den Zilinder mit hg, die halbe Kugl mit hf und den Kegl mit he = ge schneiden, und neue Zirkl zur Grundfläche machen, wovon he, hf, hg die Radii wären. Nun ist △ ahe ∽ abc, und ab = bc, also auch ah = eh; es ist auch af = gh und $af^2 - ah^2 = hf^2$: das ist, wenn vom Zilinderschnitt af = ad der Keglschnitt ah weggfällt, so bleibt der Kuglschnitt hf) es ist

aber

aber der Kegl = $\frac{1}{3}$ Zilinder, also bleiben für die Kugel noch $\frac{2}{3}$ Zilinder.

§. 177.

Der Kubus des Diameters verhält sich zur Kugl wie 300 : 157, oder wenn der Diameter = d, der Kuglinnhalt = u, so ist $u = \frac{157\,d^3}{300}$

und $d = \sqrt[3]{\frac{300\,u}{157}}$

Beweis. Hat der Diameter 100, so ist sein Kubus = 1000000, der Zilinder aber von gleichem Diameter, und Höhe = 785000 und $\frac{2}{3}$ dessen = 523333 $\frac{1}{3}$, also der Kubus zur Kugl = 1000000 : 523333 $\frac{1}{3}$ oder wenn beyde Zahlen mit 3 multiplicirt werden 3000000 : 1570000 = 300 : 157.

§. 178.

Die Kugl dividirt mit $\frac{1}{3}$ Radius giebt ihre Oberfläche.

Beweis. Die Oberfläche der Kugl wird betrachtet, als ob sie aus unendlich kleinen Planflächen bestünde, die mit ihren Radiis so vie-

viele Pyramiden ausmachten; nun ist jede Pyramide = $\frac{1}{3}$ Grundfläche multiplicirt mit der Höhe (dem Radius) also auch die Summe aller dieser Grundflächen (nämlich die ganze Oberfläche) mit $\frac{1}{3}$ Radius oder $\frac{1}{6}$ Diameter multiplicirt = der Kugl.

§. 179.

Die größte Zirklfläche der Kugl verhält sich zu deren Oberfläche, wie 1 : 4 und umgekehrt. Oder das Produkt aus der größten Peripherie, und dem ganzen Diameter giebt die Oberfläche.

Beweis. Beym Diameter = 100 ist der Kuglinnhalt $= \frac{1570000}{3}$, dieser mit $\frac{1}{6}$ Diam. $(= \frac{100}{6})$ dividirt giebt zur Kuglfläche 31400, und die größte Zirkelfläche ist nur 7850: es ist aber 7850 : 31400 = 1 : 4

§. 180.

Der Innhalt der abgekürzten Pyramide wird wie der des abgekürzten Kegls gefunden, wenn zuerst die Pyramide durch Rechnung ergänzt, der Innhalt der ganzen sowohl, als der abgehen

den berechnet, und dieser von jenem abgezogen wird. Ihre Oberfläche aber besteht aus der Summe der untersten, und obern, dann der Seitenflächen.

§. 181.

Der sphärische Sektor a b d c (Fig. 174) gilt für eine Pyramide, oder Kegl, dem der Theil der Kugloberfläche zur Grundfläche, der Radius zur Höhe gegeben ist, jene Grundfläche aber ergiebt sich, wenn die Höhe b h (die sich unter andern leicht durch einen 3 füßigen Zirkl finden läßt) mit der größten Peripherie der nämlichen Kugl, woraus der Sektor kam, und dieß Factum wieder mit $\frac{1}{3}$ Radius multipl. wird. Z.B. a d sey = 100, b h = 20 so ist 20 : 50 = 50 : 125 = h m also h m + h b = b m = 145, und $\frac{145}{2}$ = 72, 5 = a c, die größte Peripherie aber $= \frac{145 \cdot 314}{100} = 455, 3$ sodann $455, 3 \times 20 = 9106$, und $\frac{9106 \times 72, 5}{3} = 220061,$ 66.

§. 182.

Wollte man nun den Innhalt des sphärischen Segments a b d h suchen, so denkt man sich solches als den abgekürzten Kegl, berechnet also ehevor obigen ganzen Sektor, wornach die Sehne a d = 100 als Diameter genommen die Fläche = 7850 giebt, welche mit h c ($= \frac{bm}{2}$ — bh) = 52, 5 multiplizirt, und das Factum = 412125 mit 3 dividirt den Innhalt des Kegls a h d c = 137375 giebt, der vom Innhalt des Sektors = 220061, 66 abgezogen zum Rest den Innhalt des Segments = 82686, 66 beläßt.

Der Beweis liegt in der Auflösung selbst.

§. 183.

Jeder irreguläre geradlinigte Körper, oder Raum wird durch Berechnung in seine Prismen, Pyramiden und Würfel oder Parallelipede getheilt, jedes besonders berechnet, und die Innhalte addirt. Z. B. (Fig. 175.) Es sollte der Körper a b c d e f g h bemessen werden, und ich finde b c um a m größer als a d; so erhält entweder a d noch a m, oder man macht b c — b r = r c = a d, setzt auch unter der Seite e h noch h n bey, oder macht

nacht gf — gf = ff, damit man durch Abschneidung des Prisma barghs, oder Berechnung des Prisma mabnhg an selbigem Ende der Figur des Parallelograms herstelle, so erhält man auch den Würfl, oder das Parallelipedum; endlich so läßt sich auch das Prisma, und die allenfalligen Pyramiden berechnen, welche besonderen Innhalte addirt werden.

Der Beweis liegt deutlich in der Auflösung selbst.

1ste Anm. Die Figur dürfte viel irregulärer seyn, weil man die vorliegende auch als abgekürzte Pyramide nehmen könnte.

2te Anm. Man pflegt auch die untere Fläche, und die obere in ein Paralellogram zu verwandeln, und sowohl zwischen den beyden untern und beyden obern Längen, als den untern und obern breiten die mittleren Proportionallinien zu suchen, die mittlere Parallelograme geben, zu deren einfachen obern, und untern Länge, so wie zur Breite, wieder die mittleren Proportionallinien gesucht werden, um für das Ganze ein Parallelogram zu haben, das sodann nur mehr mit der Höhe multiplicirt, diese Höhe selbst aber, wenn sie ungleich, auch ehevor durch die mittlere Proportionallinie gleich gemacht wird.

§. 184.

§. 184.

Die Oberflächen solcher Körper werden an jeder Seite besonders berechnet, und addirt.

§. 185.

Die Innhalte krummlinigter irregulären Körper werden entweder nach Thunlichkeit auch stückweis, oder wenn wenn klein sind, in einem Gefäß von bekanntem Innhalt gefunden, welches nämlich, nachdem der Körper hineingelegt ist, mit Wasser, Sand, oder dergleichen, (je nachdem es jener leidet) gefüllt, dann der Körper herausgezogen, und darnach der leere Raum berechnet wird der nun entstanden ist. Oder man untersucht sein Gewicht in Gegenhalt eines andern Körpers von nämlicher Materie und bekanntem kubischen Innhalt.

Von Verwandlung der Körper nach ihren Figuren.

§. 186.

Jeder Körper wird in einen Würfl verwandelt,

elt, wenn aus seinem berechneten Innhalt die $\sqrt{}^3$ ezogen wird, so die Seite des gleichen Kubus st.

§. 187.

Der Würfl wird in ein gleiches Parallelpedum verwandelt, wenn sein Innhalt mit des letztern gegebener, oder gewählter Grundfläche (d. i. Breite, und Länge) dividirt wird, so giebt der Quotus die Höhe; ist das Factum der Breite, und Höhe der Divisor, so kömmt die Länge, und bey der Länge, und Höhe die Breite des Parallelipedums.

— — in einen = Zilinder, wenn seine Grundfläche (das Quadrat) in einen Zirkl verwandelt wird, so ist der gleich hohe Zilinder dem Würfl gleich.

— — in eine Kugel; wenn der Innhalt = u, der gesuchte Kugl Diam. = x so ist x = $\frac{300}{157}$ u wornach die Kugl gefunden wird.

— — in einen = Kegl; man verwandle ihn in einen Zilinder, und gebe ihm 3fache Höhe, oder bey beybehaltener Höhe eine 3fache Grundfläche und bilde darnach den Kegl.

— —

— — in ein = Prisma, man theile ihn durch die Diagonale bd, eg, und setze bcfed darneben an. (Fig. 168.)

— — in eine Pyramide, wenn er in ein Prisma verwandelt, dann solchem die 3fache Höhe gegeben wird.

§. 188.

Nach solchen können alle andere Figuren in einander verwandelt werden.

Von
Vergrößerung und Verkleinerung
der
Körper.

§. 189.

Mit beybehaltener Aehnlichkeit wird der Würfel 2, 3, 4mal so groß, ꝛc. wenn sein Innhalt 2, 3, 4mal ꝛc. genommen, und dann die $\sqrt{}^3$ daraus gezogen wird, so die Seite des verlangten Kubus ist. Oder man suche zur einfachen, und 2fachen Seite des Kubus die 2 mittleren Proportionalen

por-

ortionallinien, so wird jene, die der einfachen Kubusseite am nächsten ist, die Seite des doppelten Kubus seyn, wornach auch die weitern so gefunden werden können, denn

§. 190.

Zween und mehrere Kubi werden in einen verwandelt, wenn aus der Summe ihrer Innhalte die die $\sqrt{}^3$ gezogen wird, so die behörige Seite ist.

§. 191.

Das Parallelipedum, und übrige Körper werden eben so verdoppelt, 3, 4, und mehrfach gemacht, wenn ihre Innhalte so oft vermehrt, und dann aus dem Factum die $\sqrt{}^3$ ꝛc. gesucht wird, oder wenn ihre Seiten berechnet werden.

§. 192.

Die Verkleinerung geschieht in nämlicher Ordnung mit $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$ $\sqrt{}^3$ das ist: **die ähnlichen Körper verhalten sich, wie die Kubi ihrer Seiten.**

Von der Theilung der Körper.

§. 193.

Der Würfl, das Parallelipedum, und das Prisma wird in die verlangten Theile getheilt, wenn nur eine ihrer Flächenseiten getheilt, und diese Theilungslinien senkrecht durchgezogen werden.

§. 194.

Die Kugl wird durch jede seiner größten Zirklflächen in 2, und durch 2 derley einander senkrecht durchschneidende Flächen in 4 gleiche Theile getheilt, und wenn die Peripherie des größten Zirkls in die verlangten Theile getheilt wird, so kann darnach auch die Kugl getheilt werden, und weitere Quertheilungen geben mehrere, und kleinere Theile in Sektoren.

§. 195.

Der Kegl, und die Pyramide werden so in gleiche Theile getheilt, daß man den Innhalt eines

es Theils mit dem Kubus der ganzen Höhe, der einer ganzen Seite multiplicirt, das Factum mit dem Innhalt des ganzen Kegls rc. dividirt, so giebt der Quotus den Kubus der gleichnamigen kleinern Seite, der Höhe, dessen $\sqrt{}^3$ also die Seite selbst.

Z. B. (Fig. 176.) sey der Kegl acb in 3 gleiche Theile zu theilen, und sein ganzer Innhalt = M, so trift jeden Theil $\frac{1}{3}$ M, und es wird seyn M : ac³ = $\frac{1}{3}$ M : dc³ oder $\sqrt[3]{\frac{ac^3 \times \frac{1}{3} M}{M}}$ = dc, sodann minder M : ac³ = $\frac{2}{3}$ M : ec³, oder $\sqrt[3]{\frac{ac^3 . \frac{2}{3} M}{M}}$ = ec.

Nun zieht man aus d und e die Theilungslinien, oder Schnitte df, eg ‡ ab, so ist dcf = dfge = aegb.

Der Beweis liegt nach obigen in der Auflösung selbst.

Anm. Eben so wird auch der abgekürzte Kegl oder Pyramide getheilt.

Vom Visiren

§. 196.

Ein Faß wird betrachtet, als bestünde es (Fig. 177.) aus den zween abgekürzten Kegeln acdb, und cefd die gemeine Berechnung ist daß man $\frac{ab + cd}{2}$ als den Diameter eines gleich großen Zilinders annimmt, das aber (§. 176) nicht alle Richtigkeit hat, deßwegen, und

2do. Weil auch auf die Krümmungen zwischen den Sehnen ac ꝛc. nicht sehr geachtet wird, und

3tio. Fässer von unähnlichen Figuren nicht die nämlichen Visirstäbe annehmen, geben diese nie die genaueste Angabe, doch leisten sie soviel, daß man sich ihrer im bürgerlichen Gebrauch begnügen mag.

Ebene Trigonometrie.

§. 197.

Wenn im Zirkl vom Endpunkt b des Radius cb auf den Rädius ac ein Pkl herabfällt, so

so heißt dieser Pkl b d der Sinus des entgegenstehenden Winkls a c b. (Fig. 178.)

§. 198.

Wenn also a c, und b c als die 2 Schenkel des Winkls a c b angesehen werden, und vom Ende des einen Schenkels b c auf den andern ein Pkl herabfällt, so heißt dieser Sinus.

§. 199.

Es zeigt sich, daß je größer der Winkel a c b (das ist je näher einem rechten Winkel c a f) wäre, desto größer würde der Sinus b d, und im verkehrten Fall desto kleiner seyn.

§. 200.

Wird vom Ende b des Sinus b d ein Pkl auf c f gefällt, so ist dieser der Kosinus, oder der Sinus des Winkels b c f, als Complement des $<$ a c b zu 90°: und b h ist = d c; a c — d c = a d heißt Quersinus, und dann auch f h Querkosinus. Wird auf a c bey a eine Tangente errichtet, und der Radius b c verlängert, bis er die Tangente berührt, so heißt er (nämlich c e) Sekante, und wird von dieser Sekante auf den Radius c f die Gegentangente, oder

oder Kotangente gefällt, so heißt c g Kosekante.

§. 201.

Je größer der Winkel also, desto größer auch der Quersinus, die Tangente, und Sekante, dagegen desto kleiner der Kosinus, Querkosinus, Kotangente, und Kosekante; und umgekehrt.

§. 202.

Weil der Radius a c mit der Tangente a e, und Sekante e c, so wie b c mit b d, d c, dann mit b c und c h einen rechten Winkl macht so folgt, daß

$\sqrt{(ae^2+ac^2)}=ec$	$\sqrt{(dc^2+bd^2)}=bc$
$\sqrt{(ec^2-ae^2)}=ac$	$\sqrt{(bc^2-dc^2)}=bd$
$\sqrt{(ec^2-ac^2)}=ae$	$\sqrt{(bc^2-bd^2)}=dc$
$\sqrt{(gf^2+fc^2)}=gc$	$\sqrt{(bh^2+hc^2)}=bc$
$\sqrt{(gc^2-gf^2)}=fc$	$\sqrt{(bc^2-bh^2)}=hc$
$\sqrt{(gc^2-fc^2)}=gf$	$\sqrt{(bc^2-hc^2)}=bh.$

§. 203.

Der Radius weniger dem Kosinus giebt dem Quersinus, und der Radius weniger dem Sinus

giebt den Querkosinus, oder weil bh = dc und bd = hc, so ist ac — bh = ad und fc — bd = fh.

§. 204.

Wenn der Sinus bd über d herab zur Peripherie verlängert wird, so entsteht die Sehne bi, wovon der Sinus bd die Hälfte ist §. 50. der Sinus beweißt also jenen Winkel halb, dem die Sehne entgegen steht: und die Sinusse verhalten sich also, wie die Sehnen.

§. 205.

Die Sehne des halben Winkels, oder des Winkels, wozu der Sinus bd gehört, findet sich also, wenn das Quadrat des Sinus zum Quadrat des Quersinus addirt, und aus der Summe die $\sqrt{}^{2}$ gezogen wird nämlich $\sqrt{(ad^2 + bd^2)} = ab$.

§. 206.

Diese halbe Sehne ist sodann wieder der Sinus des halben Winkels acb = ack.

§. 207.

Und so läßt sich aus dem Sinus jeden gegebenen

denen Winkels der Sinus seines halben Winkels finden. ꝛc.

§. 208.

Der Sinus des rechten Winkels ist allemal der Radius; denn aus f ist auf a c kein anderer Pkl als f c möglich.

§. 209.

Uebersteigt der Winkl 90 Grad, so nimmt jenseits der Sinus wieder bis auf 180° ab, das ist: je stumpfer der Winkel a c l, desto kleiner sein Nebenwinkl l c m, also auch sein Sinus l n. Der stumpfe Winkel hat darum den nämlichen Sinus, als sein Supplementwinkl, sohin auch den nämlichen doch negativen Kosinus ꝛc.

§. 210.

Der Sinus des rechten Winkls wird ganzer Sinus, sinus totus genannt, und insgemein mit R, oder S T angezeigt.

§. 211.

Weil also der Sinus, Tangens, Sekans, mit ihren Winkeln wachsen, oder abnehmen, sohin mit solchen im Verhältniß stehen, und darum

rum als ihr Maaß angenommen werden können, so hat man um das jedmalige mehr und minder dieses Maaßes bestimmen zu können, denselben eine gewisse Anzahl gleicher Theile gegeben.

§. 212.

Man theilte also den Sinus Totus (oder Radius) in 10 Millionen gleiche Theile, die ganze Tangente aber, weil keine Sekante sie schneiden kann, ist in unendliche viele Theile angenommen, ohngeacht schon bey 90° — 1′ selbe schon nur zu 343774673 rc. Theile berechnet ist.

§. 213.

Wie diese Theile Zahlen, so, nachdem der Winkl abnimmt, auch abnehmen, ist schon in den Tafeln berechnet, und heißen dortige Sinus, Tangenten **natürliche Sinus, und natürliche Tangenten.** Die Tangenten sind immer größer, als die Sinus des nämlichen Winkls, und als ihre Bögen; dennoch fand man für die erste Minute, oder für den Winkel einer Minute, sowohl den Sinus, als den Tangens = 2909, um so mehr mußte denen also der Bogen, so sonst größer als jener, und kleiner, als dieser ist, auch gleich seyn;

seyn; also auch 2909 solche Theile haben, wovon 10000000 den Radius ausmachen, und deren also der Diameter 20000000 hätte. Nun hat aber die ganze Peripherie 360 . 60 = 21600 Minuten, also 21600 . 2909 = 62834400 solche Theile; der Diameter wäre also zur Peripherie, wie 20000000 : 62834400; oder, wenn jedes Glied halbiert wird, wie 1000000 : 31417200; oder, wenn nur die ersten 3 Ziffer genommen werden, 100 : 314.

§. 214.

Der Tangenten Tafeln könnte man hier ganz entbehren, wie sich zeigen wird.

§. 215.

Je größer der Winkl, je größer ist die entgegenstehende Seite, und umgekehrt §. 32. je grösser der Winkl, je größer ist sein Sinus, und umgekehrt §. 201. Also verhalten sich die Sinus der Winkl zu den Winkeln, wie die Seiten zu den Winkeln, sohin auch wie die Sinus zu den Seiten selbst.

§. 116.

Darum verhält sich der Sinus des Winkels a

zur

zur Gegenseite bc, wie der Sinus des Winkels b zur Gegenseite ac, und der Sinus des Winkels c zur Gegenseite ab : oder (Fig. 179.)

$\underline{Sbac} : bc = \underline{Sabc} : ac$	$ac = \dfrac{bc \cdot Sabc}{\underline{Sbac}}$
$\underline{Sbac} : bc = \underline{Sacb} : ab$	$ab = \dfrac{bc \cdot Sacb}{\underline{Sbac}}$
$\underline{Sabc} : ac = \underline{Sbac} : bc$	$bc = \dfrac{ac \cdot Sbac}{\underline{Sabc}}$

§. 217.

Da es aber mit den Sinustheilen solchergestalt zu mühsamen Multiplicationen, und Divisionen kommen würde, so hat man für diese natürliche Sinus, und Tangenten, andere **künstliche**, das ist: ihre **Logarithmen** erfunden, die durch Addition, und Subtraktion das nämliche leisten, und gleichfalls in den Tafeln zu finden sind.

§. 218.

Woselbst auch allemal Sinus, und Kosinus, oder ihre Logarithmen nebeneinander stehen; das, wie sich zeigen wird, seine Bequemlichkeit hat.

§. 219.

Habe ich nun aber einen Winkel, der neben Graden, und Minuten auch Sekunden bey sich hat, z. B. 56°, 38′, 20″, so finde ich seinen Sinus Logarithm.

a) Wenn ich den Log. der gegebenen Graden, und Minuten vom nächst größern Log. abziehe, z. B. 9, 9218570
9, 9217738

Differenz 832 dann sage:

b) Wie sich verhalten 60″ zu den gegebenen Sekunden, so verhält sich die gefundene Differenz zu jener Zahl. 60 : 20 = 832 : 277.

c) Die dem Log. der gegebenen Graden, und Minuten zu addiren ist 9, 9217738
277
9, 9218015 = Log. 56°, 38′, 20″.

§. 220.

Habe ich aber einen Sinus Logarithm. der nicht in den Tafeln steht: z. B. 9, 5327544, so finde ich dessen Werth

a) Wenn ich den nächst kleinern Log. vom nächst größern, und von jenem gegebnen Log. abziehe. z. B.

nächst größere	9,5330090	gegebene	9,5327544
nächst kleinere	9,5326608	nächst kleinere	9,5326608
1ste Diff.	3482	2te Diff.	936.

b) Dann setze: wie sich die 1ste Diff. zur 2ten verhält, so verhält sich die Zahl 60 zu jenen Sekunden, so den Graden, und Minuten des kleinern Log. beyzulegen sind. 3482 : 936 = 60″: 16″. Also weil der nächst kleinere Log. = 19°, 56′ so hat der gegebene 19°, 56′, 16″.

Anm. Die Seitenmaaße pflegen in ihren Zahlen Logarithmen mitgenommen zu werden, deren Behandlung schon vorkam.

§. 221.

Auflösungen in rechtwinklichten Triangeln: (Fig. 180.)

1). Es seyen gegeben die Seiten AB, und AC, sonst nichts: $\sqrt{(AB^2 + AC^2)}$ ist ohnehin = BC, sodann BC : S T = AC : S $\underline{abc}$ = AB : S $\underline{acb}$.

2). Es sey gegeben AB, und BC so ist $\sqrt{(BC^2 - AC^2)}$ ohnehin = AC, sodann finden sich abc, und acb wie oben.

3).

3). Es sey gegeben AB, und ABC so ist 90° — abc = acb, also S $\underline{acb}$: AB = S $\underline{abc}$: AC = ST : BC.

4). Es sey gegeben AC und abc, so ist 90° — abc = acb also S $\underline{abc}$: AC = S $\underline{acb}$: AB = ST : BC.

5). Es sey gegeben BC und ABC: so ist 90 — abc = acb sodann ST : BC = S $\underline{abc}$: ac = S $\underline{acb}$: ab.

§. 222.

Im spitzwinklichten (Fig. 181.)

1). Es sey gegeben ac, mit cab, und acb so ist 180 — cab — acb = abc: sodann S $\underline{abc}$: ac: = S $\underline{acb}$: ab = S $\underline{cab}$: cb.

2). Es sey gegeben ac, mit acb, und abc, so ist 180 — acb — abc = cab. Dann finden sich ab, und bc wie oben.

3). Es sey gegeben ab mit ac, und abc, so ist ac : S $\underline{abc}$ = ab : S $\underline{acb}$. Sodann 180 — abc — acb = bac folglich S $\underline{abc}$: ac = S $\underline{bac}$: bc.

4). Es sey gegeben ab, und ac mit bac, so bildet man sich von b auf ac herab den Pkl bd: oder den Sinus ein, und sagt $90 - bac = abd$, sodann $ST : ab = S\,\underline{bad} : bd = S\,\underline{abd} : ad$. sodann ist $ac - ad = dc$, folglich $\sqrt{(dc^2 + bd^2)} = bc$ und $bc : ST = bd : S\,\underline{bcd}$ endlich $180 - bac - bcd = abc$.

Oder:

1). Man addirt beyde Seiten $ab + ac$.

2). Subtrahirt sie auch voneinander $ab - ac$.

3). Man subtrahirt den gegebenen Winkel bac von 180°, der Rest ist die Summe der beyden übrigen Winkel.

4). Diese Summe wird halbirt, dann gefolgert:

5). Wie sich verhält die Summe der 2 Seiten zu ihrer Diff. so verhält sich die Tangente dieser halben Summe der Winkel, zur Tangente ihrer halben Diff. $ab + ac : ab - ac =$

$$T\,\frac{180 - bac}{2} : T\,\frac{acb - abc}{2}.$$

6).-Diese halbe Differenz giebt man der halben Summe von Nro 4. so erhält man den grössern, und

7).

7). Wenn man sie davon subtrahirt den klei-
nern der zween abgängigen Winkeln; dann be-
rechnet man erst die Seiten.

Beweis. (Fig. 182.) Man mache mit der größern Seite ab aus a den Zirkl, verlängere ac beyderseits bis zur Peripherie = ed, so ist ab + ac = cd, und ab − ac = ce, der Winkel bad = acb + abc sohin aeb = $\frac{acb + abc}{2}$ also bd = Tang. $\frac{acb + abc.}{2}$ Es ist auch abe = aeb, und aeb + cbe = acb, so wie aeb − cbe = abc also cbe = $\frac{acb - abc}{2}$ und eh = Tang. $\frac{acb - abc}{2}$ und so ist auch eh ‡ bd also ceh = bdc, che = dbc und hce = dcb also △ che ∽ △ dbc und darum cd : ce = bd (Tang. ½ Sum.) eh) Tang ½ Diff.

§. 223.

Bey stumpfwinklichten Triangeln. (Fig. 183.) 1).

1). Man subtrahirt den Winkel abc, von 180, und nimmt sodann für ihn seinen Supplementwinkel $= 180 - abc$.

2). Sodann, wenn z. B. die Linie ab, der Winkel abc und bac gegeben ist, so ist $180 - abc - bac, = acb$, also $S\,\underline{acb} : ab = S\,\underline{bac} : bc = S\,\underline{180 - abc} : ac$.

3. Wäre nur eine Seite z B. ac, und die Winkel bac, acb gegeben, so ist $180 - bac - acb = abc$ sodann $S\,\underline{180 - abc} : ac = S\,\underline{bac} : bc = S\,\underline{acb} : ab$.

4). Wären aber neben der Seite ac die Winkl bac, und abc gegeben, so ist $180 - abc - bac = acb$ sodann $S\,\underline{180 - abc} : ac = S\,\underline{bac} : bc = S\,\underline{acb} : ab$.

5). Wären die 2 Seiten z. B. ab, und bc gegeben, nebst dem Winkel bac, so wäre $90 - bac = abx$, sohin $ST : ab = S\,\underline{bac} : bx = S\,\underline{abx} : ax$ hernach weil $ac - ax = xc$, so ist $\sqrt{(xb^2 + xc^2)} = bc$, und $bc : ST = bx : S\,\underline{bcx}$ sodann $180 - bac - bcx = abc$.

Wäre aber der stumpfe Winkl, und beyde anliegende Seiten ab, bc gegeben, so nehme ich eine dieser Seiten z. B. bc als Grundlinie, verlängere sie in Gedanken, und stelle auch so von a den Pkl au auf u, so hab ich im rechtwinklichten △ aub die Seite ab, den Winkel bua = 90, und den Winkl abu = 180 — abc, folglich auch den Winkel uab = 90 — abu, finde also ST : ab = $\overline{\text{Suab}}$: ub = $\underline{\text{Suba}}$: ua, dann ist cb + ub = cu, also der rechtwinklichte △ auc bestimmt. Darinn sage ich nun $\sqrt{(cx^2 + ax^2)} = ca$, und ca : ST = au : $\underline{\text{Sacu}}$ = acb dann aber 180 — abc — acb = bac.

Oder: Man verfährt wie §. 223. bey dereley spitzwinklichten △△ 2ter Methode.

§. 224.

Sind in einem ungleichseitigen schiefwinklichten △ alle 3 Seiten gegeben, so wird nach §. 77. der Pkl gesucht, und in beyden rechtwinklichten △△ die Winkl berechnet.

So sucht man auch durch Rechnung den Radius des Zirkels, der die 3 Winkel bestreift, nämlich:

ich: Es sey der △ abc (ad Fig. 183.) gegeben, daraus seine Winkel gesucht; so bildet man sich um den △ (bloß der Gedächtniß und Deutlichkeit zu Hilfe) von freyer Hand einen Kreis, nimmt darinn den Mittelpunkt x an, und zieht den Radius ax, bx, cx; so ist $abc = \frac{axc}{2}$, und $180 - \frac{axc}{2} = xac = acx$, sodann Sin. $\underline{axc}$, ac = Sin. $\underline{xac}$: xc = ax.

Von den
Keglschniten.

§. 225.

Wenn der Kegl acb (Fig. 184.) nur von seinem Scheitel c senkrecht an die Basis geschnitten wird, so giebt der Schnitt nur einen geradlinigten gleichschenklichten Triangel, und von diesem Schnitt ist hier weiter nichts zu merken.

§. 226

Wird der Kegl aber ‡ zur Basis geschnitten, so giebt der Schnitt einen Zirkl, worinn der

Diameter de die Axe (Fig. 184. et 185.) jede Sehne m m, n n womit die Axe senkrecht durchschnitten wird, die **Ordinate**, und ihre Hälfte p m, p n die **Semiordinate**, die Theile der Axe aber, so von den Ordinaten abgeschnitten werden, die Abscissen genannt werden. Jene werden mit y, diese mit x angezeigt.

§. 227.

Wird der Kegelschnitt ╪ zu einer Kegelseite a c angebracht, so giebt seine Schnittlinie eine **Parabel** (Fig. 186.)

Wird er so angebracht, daß seine Axe mit der verlängerten Axe der Grundfläche des Kegels in g zusamm komme, so ist diese Schnittlinie eine **Ellipse** (Fig. 187.)

Läuft aber seine Axe mit der verlängerten Seite des Kegls in q zusamm, so macht der Schnitt eine Hyperbol. (Fig. 188.)

Von der

Parabel.

§. 228.

Auch wenn (Fig. 189) die Linie B A, so

der

der Parameter genannt, und mit a angezeigt wird, bis x verlängert, und bey a mit c d senkrecht durchschnitten, aus den auf b x genommenen verschiedenen Mittelpunkten die in B sich berührende Zirkel beschrieben, die Punkte, wo von solchen die Linie c d geschnitten ist, mit 1, 2, 3, 2c. die Punkte aber, wo von selben A x geschnitten ist, mit p p bemerkt, und an solchen senkrecht zu A x die Linien $pI = A1$, $pII = A2$ &c. errichtet, und über selbe die Linie A I. II. III. &c. gezogen wird, so ist auch diese eine Parabel, und darinn $Ap : AI = AI : BA$, oder $x : y = y : a$. Die Parabel ist also jene krumme Linie, wo $ax = y^2$, das ist, wo ein Rechteck aus dem Parameter, und der Abscisse dem Quadrat der Semiordinate gleicht.

§. 229.

Daraus folgt nun auch

1mo. Daß $a = \frac{y^2}{x}$ oder der Parameter ist die 3te Proportionallinie von der Abscisse, und ihrer Semiordinate.

2do. $x = \frac{y^2}{a}$ oder die Abscisse ist die 3te Proportionallinie von ihrer Semiordinate, und dem Parameter.

3tio. Weil $y^2 = ax$, so ist die Semiordinate die mittlere Proportionallinie zwischen ihrer Abscisse, und dem Parameter: und $y = \sqrt{ax}$.

§. 230.

Es sey (Fig. 190.) $PM = y$, $pm = u$, $AP = x$, $Ap = Z$, so ist $y^2 = ax$ und $u^2 = aZ$ also $y^2 : u^2 = ax : aZ = x : Z$ oder die Quadrate der Semiordinaten sind wie ihre Abscissen. Es ist auch

§. 231.

$(u + y) . mo = (Z - x) . a$ oder das Rechteck aus der Summe zwoer Semiordinaten, und ihrer Differenz (mo) gleicht dem Rechteck aus der Differenz der Abscissen (Pp) und dem Parameter. Denn $u + y = \sqrt{AZ} + \sqrt{Ax}$ und $mo = \sqrt{aZ} - \sqrt{ax}$. Es ist aber $(\sqrt{AZ} + \sqrt{Ax}) . (\sqrt{AZ} - \sqrt{Ax}) = AZ - Ax =$

(Z

$(Z - x) \cdot a$ also $(u + y) \cdot m o = (Z - x)$ a, Darum ist auch

§. 232.

$a : u + y = u - y : z - x$ oder der Parameter verhält sich zur Summe der Semiordinaten, wie deren Differenz zur Differenz der Abscissen.

§. 233.

$xy : x^2 = a : y$ oder das Rechteck aus der Semiordinate, und Abscisse ist zu deren Quadrat, wie der Parameter zur Semiordinate, denn wenn bey $ax = y^2$, jedes Glied mit x multiplicirt wird, so ist $\overline{ax^2} = \overline{xy^2}$, und darum $xy : x^2 = a : y$, und so fort.

§. 234.

Der Punkt auf der Axe, wo der Parameter der ganzen Ordinate gleich ist, heißt der Brennpunkt der Parabel (der Fokus) und seine Distanz vom Scheitel A ist also $= \frac{1}{4}$ a; denn $\frac{1}{2}$ $a = y$, und $y^2 = \frac{1}{4}$ a^2 also $ax = \frac{1}{4} a^2$, und $x = \frac{a}{4}$.

§. 235.

Da nun (Fig. 191.) die Schnittlinie m d n o zur Axe d q hat, wo a q = e p = t, p g = u, d p = x, d q = Z genommen wird, und wo e g ‡ a b, p n ‡ q o ist; so hat man d p: d q = p g : q b, oder x : Z = u : q b ($= \frac{uZ}{x}$), p q : p n = p n : e p (§. 69.) oder u : p n = p n : t also $\overline{pn}^2 = tu$ und a q : q o = q o : q b oder t : q o = q o : $\frac{uZ}{x}$ also $\overline{qo}^2 = \frac{tuZ}{x}$: folglich ist $\overline{pn}^2 : \overline{qo}^2 = tu : \frac{tuZ}{x}$. Werden die 2 letztern Glieder mit x multiplicirt, so ist $\overline{pn}^2 : \overline{qo}^2 = tux : tuZ = x : Z$, also ist diese Schnittlinie eine Parabel (§. 227. et § 228.)

Von der
Ellipse.

§. 236.

Die Ellipse (Fig. 192.) ist eine krumme Li-

Linie, worinn das Rechteck aus den 2 Theilen der Axe, Ap, und pB, sich zum Quadrat ihrer Semiordinate pm verhält, wie die ganze Axe AB zu jener unveränderlichen Linie, die Parameter heißt, und womit man sodann die Ellipse zu Stande bringt: oder wenn AB = a, der Parameter = b, die Semiordinate = y, Ap = x, also Bp = a — x, so ist $ax - x^2 : y^2 = a : b$ Daraus folgt nun, daß

§. 237.

$$y^2 = \frac{abx}{a} - \frac{bx^2}{a} = bx - \frac{bx^2}{a},$$

oder das Quadrat der Semiordinate gleicht dem Rechteck aus der Abscisse, und dem Parameter weniger jenem Rechteck, so aus der Abscisse, dann der 4ten Proportionallinie von der Axe, Parameter, und Abscisse (nämlich $a : b = x : \frac{bx}{a}$) entsteht. Es ist darum

§. 238.

$y = \sqrt[2]{(bx - \frac{bx^2}{a})}$ oder die Semi-

ordinate

ordinate gleicht der $\sqrt{}^2$ des obigen Rechteckes.

§. 239.

$a = \frac{b x^2}{b x - y^2}$, oder wenn die 3te Proportionallinie von b und y $= \frac{y^2}{b}$ und deren Differenz mit der Abscisse $= x - \frac{y^2}{b} = b x - y^2$, so ist die Axe die 3te Proportionallinie zu dieser Differenz, und der Abscisse: denn weil $a y^2 = a b x - b x^2$ so ist $b x^2 = a b x - a y^2 = (b x - y^2) a$ Darum $a = \frac{b x^2}{b x - y^2}$

Das man auch aus dem Verhältniß $x - \frac{y^2}{b}$, vielmehr (wenn x zum Bruch geschlagen wird) aus $\frac{b x - y^2}{b} : x = x : \frac{b x^2}{b x - y^2}$ erhält. So ist auch

§. 240.

$b = \frac{a y^2}{a x - x^2}$ oder der Parameter ist die vierte Proportionallinie, wo die Differenz der Axe, und

und Abscisse das erste, die vierte Proportionallinie der Abscisse, Axe, und Semiordinate das zweyte, und die Semiordinate das dritte Glied ist: denn (weil $a - x : \frac{ay}{x} = ax - x^2 : ay$) bey $ax - x^2 : ay = y : b$ ist eben dieß $b = \frac{ay^2}{ax - x^2}$

§. 241.

Die Linie DE, so die Axe senkrecht, und in 2 gleiche Theile theilet, ist die kleinere Axe, und der Durchschnitts-Punkt das Zentrum der Ellipse.

§. 242.

$DE = ab$ oder die kleinere Axe ist die mittlere Proportionallinie von der größern Axe a, und dem Parameter b, denn wenn $DE = m$, so ist $y = \frac{1}{2} m$, $x = \frac{1}{2} a$, und darum $\frac{1}{2} a . \frac{1}{2} a = \frac{1}{4} a^2 = ax - x^2$ also (nach §. 238) $\frac{1}{4} a^2 : \frac{1}{4} m^2 = a : b$ folglich $\frac{1}{4} a m^2 = \frac{1}{4} a^2 b$ oder (wenn beyderseits $\frac{1}{4} a$ durch Division weg kömmt) $m^2 = ab$ oder $DE^2 = ab$, darum ist auch

§. 243.

§. 243.

$a = \frac{m^2}{b}$ und $b = \frac{m^2}{a}$ oder die größern Axe ist die 3te Proportionallinie von der kleinern, und dem Parameter, der Parameter ists entgegen von der größern, und kleinern Axe.

§. 244.

Die Quadrate der Semiordinaten verhalten sich wie die Rechtecke aus den Theilen der Axe, oder (Fig. 193.) $Po^2 : po^2 = PB . AP : pB . Ap.$

Beweis. Man nehme $AB = a$, den Parameter $= b$, $Po = y$, und $po = u$ $AP = x$, $Ap = z$ so ist $y^2 = bx - \frac{bx^2}{a}$, und $u = bz - \frac{bZ^2}{a}$ also $y^2 : u^2 = abx - bx^2 : abZ - bZ^2$ oder (wenn b durch Division wegkömmt $= ax - x^2 : aZ - Z^2$. Es ist aber $ax - x^2 = (a - x) . x$ und $aZ - Z^2 = (a - Z) . Z$, und $a - x = AP$, $x = AP$, so auch $a - Z = AP$ und $Z = Ap$, also $ax -$

$x^2 =$

$x^2 = AP.PB$, und $aZ - Z^2 = Ap.pB$.

§. 245.

So ist auch $DC^2 : PO^2 = CB^2 : AP.PB$, oder $DC^2 : CB^2 = PO^2 : AP.PB$, das Quadrat der halben kleinen Axe verhält sich zum Quadrat der halben großen Axe, wie das Quadrat der Semiordinate zum Rechteck aus dem Axetheilen. Denn weil $CB = CA$, so ist $CB^2 = CA.CB$, und das übrige folgt aus vorhergehenden Spho.

§. 246.

Jene Punkte nn auf der größern Axe, die von den Enden der kleinern Axe de oder DE, um $\frac{1}{2}$ AB entfernt sind, heißen die **Brennpunkte der Ellipse. Fokus.** (Fig. 192.) et (Fig. 194.)

§. 247.

Die Summe beyder Linien FO, fo, die von den Brennpunkten F, f ausgehen, und sich an der Peripherie vereinigen, ist der größern Axe gleich. (Fig, 194.) $FO + of = AB$.

Beweis. Man nehme $AB = a$, also $Ac =$

Bc

$\triangle$ hPd $\backsim$ $\triangle$ opd also dP : Ph = dp : po oder $x : S = Z : \frac{SZ}{x}$ und ep : pn = eP : Pf oder $a - Z : t = a - x : \frac{at - xt}{a - Z}$.

Ferner fP : PM = PM : Ph, und np : pm = pm : po oder $PM^2 = fP \cdot Ph = \frac{Sat - Sxt}{a - x}$

und $pm^2 = np \cdot po = \frac{tSZ}{x}$ also auch

$PM^2 : pm^2 = \frac{Sat - Sxt}{a - Z} : \frac{tSZ}{x}$ oder (wenn beyde letztere Glieder zu gleichen Numern gebracht, und dann mit St dividirt werden) = $ax - x^2 : aZ - Z^2$, also ist dieser Keglschnitt eine Ellipse. (§. 227. et 236.)

Von der

Hyperbol.

§. 249.

Wenn (Fig. 196.) zwey Linien AB, und DE einander in c senkrecht, und zu gleichen Theilen schneiden; AB über A gegen O, und über

B gegen Q verlängert, und bey B der Pkl B K errichtet wird; wenn sodann B Q von B weg in gleiche Theile b g, b h getheilt, und durch diese Theilungspunkte aus c Halbzirkl gezogen werden, die den Pkl B K in den Punkten m, n &c. schneiden, und man sodann zu A B, D E, dann den Pkl-Theilen B m, B n &c. die 4te Proportionallinie g l, h p &c. sucht, und solche bey g, h, &c. senkrecht errichtet, so ist die Linie, die man über selbe zieht, eine **Hyperbol**, worinn A B die größere, oder **Zwerchaxe** (axis transversus) D E **die kleinere Axe**, oder (axis conjugatus) heißen. Die Ordinaten, und Abscissen ergeben sich wie oben. A, und B sind die **Scheitel** der Hyperbol.

§. 250.

Ihrer Natur nach ist die Hyperbol eine Linie, worinn das Quadrat der Semiordinate (y^2) zum Rechteck aus der Summe der Abscisse (x) und Zwerchaxe (a) (also a + x) in die Abscisse sich verhält, wie der Parameter (b) zur Zwerchaxe: oder $y^2 : ax + x^2 = b : a$.

§. 251.

Deßwegen ist auch $ay^2 = abx + bx^2$, und (wenn alle Glieder mit a dividirt werden)

$y^2 = bx + \frac{bx^2}{a}$ und $\frac{ay^2}{ax + x^2} = b$, endlich weil $ay^2 - abx = bx^2 = (y^2 - bx)$ a, so ist auch $a = \frac{bx^2}{y^2 - bx}$.

§. 252.

Auch in der Hyperbol ist der Brennpunkt dort, wo der Parameter der Ordinate gleich ist, und auch hier ist die kleinere Axe die mittlere Proportionallinie zwischen der größern Axe, und dem Parameter.

§. 253.

$PM^2 : pm^2 = PB \,.\, AP : pB \,.\, Ap$, oder die Quadrate der Semiordinaten sind wie die Rechtecke aus den Abscissen, und der Zwerchaxe in die Abscissen selbst. Denn (Fig. 197.) wenn die Zwerchaxe $= a$, der Parameter $= b$, $AP = x$ und $Ap = Z$, $PM = y$, und $pm = u$, so ist $y^2 = bx + \frac{bx^2}{a}$ (§.251.) und $u^2 = bZ^2 + \frac{bZ^2}{a}$ also $y^2 : u^2 = bx + \frac{bx^2}{a} : bZ + \frac{bZ^2}{a}$, oder (nach der Reduction) $= abx + bx^2 : abZ + bZ^2$, und (nach der Division mit b) $= ax + x^2 : aZ + Z^2$ &c.

§. 254.

$AB : DE^2 = AB : b$, oder in der Hyperbol ist das Quadrat der Zwerchaxe zum Quadrat der kleinern Axe, wie die Zwerchaxe zum Parameter: denn wenn $AB = a$ so ist $AB^2 = a^2$, es ist aber $DE^2 = ab$ (§. 254.) also kann man sagen $a^2 : ab = a : b$. Oder $AB^2 : DE^2 = a : b$ weil $a^2 b = a^2 b$. (F. 195.)

§. 255.

Wenn $VW =$ und ‡ DE bey A so daß $VA = AW$ angebracht, von c über V und W Linien ausgezogen werden, so heißen diese Linien die Assymptoten der Hyperbol. (Fig. 198.)

§. 256.

Wenn (Fig. 199.) $Ed =$ der Zwerchaxe $= a$, $dP =$ der Abscisse $= x$, $dp = Z$, $Ph = t$, $Pg = S$, gh ‡ AB, so ist $EP = a + x$, $Ep = a + Z$ und $\triangle hEP \backsim \triangle AEp$ also $EP : Ph = Ep : Ap$ oder $a + x : t = a + Z : \frac{at + tZ.}{a + x}$ und $dP : Pg = dp : Bp$ oder $x : S = Z : \frac{SZ}{x}$. Es ist auch $Ph : Pm = Pm : Pg$, und $Bp : px = pn : Ap$, oder $Pm^2 = Ph . Pg = St$, und $pn^2 = Bp . Ap$

$$= \frac{at + tZ}{ax} \cdot \frac{SZ}{x} = \frac{aStZ + StZ^2}{ax + x^2}$$ also

$Pm^2 : pn^2 = St : \frac{aStZ + StZ^2}{ax + x^2}$ und (wenn beyde letzte Glieder zu gleichen Numern gebracht sind) $= aStx + Stx^2 : aStZ + StZ^2$, oder (nach der Division mit St) $= ax + x^2 : aZ + Z^2$. Also ist dieser Kegelschnitt eine Hyperbol. §. 227. et 249.

§. 257.

Dieß sey genug zu einer etwas mehr, als blos historischen Kenntniß der Kegelschnitten, der nur noch die Erinnerung (weil im 2ten Theil deren Anwendung nicht mehr vorkömmt) beykommen muß, daß die **Parabel** bey der Minir- und Bombenwurfs-Kunst, bey den Brennspiegeln, Hör- und Sprachröhren, Rauchfängen ꝛc. die **Ellipse** gleichfalls bey Hör- und Sprachmaschinen, in der Architecktur, Astronomie ꝛc. die **Hyperbol** endlich in der Dioptrick, und Katoptrick, bey hohlen, und erhabenen Spiegelgläsern ꝛc. ihren Nutzen haben.

Ende des ersten Theils.

II. Theil.

§. 1.

Der Geometer mißt entweder die Gegenstände, z. B. Felder, Wälder ꝛc. wirklich, oder er beschäftiget sich zu Hause mit deren Bildern, Planen ꝛc.

§. 2.

Zu jenem Geschäft dienen Meßstangen, Meßketten, Absteckstäbe, Zahlstäbe, Meßtische, Astrolabien, Winkelscheiben, oder Quadranten, Bussolen, Zollmannische Scheiben, Kreuzscheiben ꝛc. mit ihren Zugehören: als Tuben, Meßregeln, Diopterliniën, Kompassen, Bley- oder Wasserwagen, Gabeln, Lothen ꝛc. Zu diesem aber die Handzirkel, Stangenzirkel, Lineale, kleinen Winmaaße, Parallellineale, halbzirkelförmigen, oder

ge-

geradlinigten Transportäre, Reisfedern, Reisbrette, Pinsel, Tusche ꝛc.

§. 3.

Die Form, Eigenschaft, und Gebrauch aller dieser Werkzeuge hier besonders, und weitläuftiger zu beschreiben ersparet man sich; nur wird die Anmerkung vorangeschickt, daß

a) Die Zahlstäbe, so 1 ½ Schuhe lange, 1 Zoll stark, und zugespitzt sind, auch numerirt seyn, und die Kettenzieher daran gewöhnt werden sollen, solche nur nach der Ordnung ihrer Numern einzustecken, und aufzuheben, welches manchen Fehler verhindert, und solchen eher entdecket.

b) Der Gebrauch der Transportäre soll, so sehr als möglich, vermieden, wenigst eher der gerad - als krummlinigte Transportär (weil letzterer nicht so kleine Geradetheile als jener giebt) gebraucht werden.

c) Ein ordinäres Auge soll ohne Vergrößerungs-Glas nichts im Kleinen arbeiten.

d) Ein besonderer Unterricht im Zeichnen liegt außer dem diesem Buche bestimmten Raume: nur wird erinnert, daß man sich gewöhnen müsse,

mei-

meistens sowohl die Tusche, als Farben so sparsam, und blaß als möglich aufzutragen.

§. 4.

Um einen geradlinigten Transportär, oder Sehnen-Maaßstab (Fig. 1.) zu zeichnen, zieht man die Linie ab = 1414 Theilen eines angenommenen Maaßstabes; errichtet ac perpendikulär, und theilet sie in 30 gleiche Theile, ziehet dann aus solchen Theilungspunkten die Linien = und ‡ ab. Von c nimmt man auf der Linie cd, für 5 Grade, 87 Theile des Maßstabes; auf ab für 10 Grade, 174 Theile; wieder auf cd, für 15 Grade, 261 Theile; und so immer wechselweise auf ab und cd von 5 zu 5 Graden 347; 432; 517; 601; 684; 765; 845; 923; 1000; 1074; 1147; 1217; 1285; 1351; 1414 Theile, und zieht die Transversallinien: wodurch die einzelnen Grade von 10 zu 10 Minuten bestimmt werden.

Anm. Sein Grund liegt in der Trigonometrie, die, wenn der Radius (= Sehne von 60°) zu 1000 angenommen wird, für obige Grade jene Theile auswirft.

§. 5.

Der Gebrauch des geradlinigten Transportårs, oder Sehnenmaaßstabes besteht bloß darinn, daß man die Schenkel des messenden Winkls = 60 dieses Maaßstabes mache, oder nehme, und dann ihre Sehne faße, und auf diesem messe.

Arbeit

auf dem Felde überhaupts.

§. 6.

Entweder werden Linien, oder Winkel, und so entweder Höhen, oder Ebenen, oder beyde zugleich gemessen, oder abgesteckt. Wie die Linien mit Meßketten, oder noch genauer mit Meßstangen, die Winkel aber mit Winkelinstrumenten gemessen werden, setzt man hier aus der Kenntniß der Werkzeuge voraus, weil dieß bey der ersten Uebung gleich jedem deutlich genug seyn wird.

§. 7.

In ebenen Flächen werden aber mit der Meßkette oder Meßstangen die Winkel gemessen, wenn (wie Fig. 2.) vom Standort c eine Linie gen a hin,

= cd, und eine andere gen b, = ce, gemessen, d und e abgesteckt, und dann auch de gemessen, sodann mit Hilfe der Skale der Triangel cde verjüngt auf ausgespanntes Papier oder d. gl. aufgetragen, dort der Winkel dce mit dem Transportär gemessen wird. Dessen Gebrauch aber, wie gemeldet, so wenig Beyfall findet, als er verdient.

Schicklicher, leichter, und richtiger ists, wenn man sich dabey guter Sehnentafeln bedient. Die Branderischen, deren Radius zu 50000 (wo also, wenn solcher eine Kette beträgt, der Schuh zu 1000 berechnet ist) sind die brauchbarsten. Man steckt nämlich jeden Schenkel cd und ce (die aber sodann gleich seyn müssen, so beym Vorigen eben nicht nöthig ist) mit der ganzen Kette, also = 50′, ab; mißt die Sehne de so genau, daß deren letzter oder abgebrochener Schuh noch nach einer 1 Schuhe großen 1000 theiligen Skale bemessen wird; sucht den ganzen Betrag dieser Sehne in bemeldten Tafeln, und findet den Winkel bis auf Minuten. Z. B. wenn die Sehne = 55′, 44″ wäre; so würde sich der Winkel = 67 Gr. 17 Minuten finden.

An-

Anm. Es bedarf keines besonders guten Augenmaßes, um gleich zu erkennen, ob der gegebene Winkel nicht stumpf sey; welches sich auch zeiget, wenn die Sehne über, 70′ 7″, 1‴, 6⁗, hält. Man darf in solchem Falle nur in der Mitte noch einen 50′ langen Radius ausstecken, sohin den Winkel in 2 spitzige theilen, ihre Innhalte aber addiren. Im Abgang solcher Tafeln steckt man die Schenkel cd und ce wie oben = 50 (auch mehr oder minder, doch allemal gleich) ab, mißt die Sehne de genau, und nimmt davon die Hälfte z. B. df, so ist der Winkel dfc = 90°. Dieser mit den bekannten Seiten cd, und df giebt auch den Winkl dcf durch trigonometrische Berechnung, und 2 dcf ist = dce = acb: nämlich cd : ST = df : Sin dcf: im obigen Falle, wo die halbe Sehne = 27′, 7″ wäre, also den log. 2,4424798 hätte, käme sie mit dem Radius von 50′ oder 500″, oder dessen log. 2,6989700, und den log. Sin. Tot. = 10,0000000 in Berechnung; so, daß der Winkl dcf = 33°, 38′, 30″, also 2 dcf oder dce = acb = 67°, 17′ herausfällt. Es wären auch aus den bekannten 3 Seiten eines gegebenen oder gefundenen △ die Winkel durch Rechnung zu finden.

§. 8.

Wäre entgegen ein gegebner Winkel auf dem

Felde

elde abzustecken; so errichtet man nach obiger
rkehrter Arbeit den schon verjüngt vorhandenen
riangel nach seinem wahren Maaß auf dem Felde,
achdem man die Richtung der einen Seite z. B.
a schon weis, und nach ihr d c aussteckt, dann
iit den Maaßen d e und c e an e Bogen auf-
eisset, die sich schneiden, also den Punkt des 3ten
Winkels geben werden. Oder: wenn seine Sei-
en nach obigen Sehnen - Tafeln, oder trigono-
metrischer Berechnung erst gefunden werden, mit
enen sodann der △ eben so zu Stande kömmt.

Anm. Nur auf wohl horizontalen Flächen sind diese Messungen, und Absteckungen räthlich, bey Abhängen aber sind, wo nicht Winkelinstrumente, doch Meßtische mit vertikalbeweglichen Meßregeln nöthig. Denn der horizontale Winkel ist nur jener, den 2 horizontale Linien unter sich bilden. Mit der Kette aber wird nur die, auf der Abhänge mit dem Horizont nicht parallele Linie, keineswegs aber die dafür unterzustellende Horizontallinie gefunden: so, wie sodann letzterer sowohl an den Schenkeln als Sehnen allemal kürzer ausfallen muß, da sie als Grundlinie nie der neigenden Linie, als der gemessenen Hypothenuse, gleich seyn kann.

§. 9.

§. 9.

Zu einer gegebenen Linie auf dem Feld wird (F. 3.) eine Perpendikularlinie mit bloßer Kette gezogen, wenn vom Punkt a, wo man sie errichten will, auf der Linie 40′ (oder 4′) in b abgesteckt, dann von b aus mit 50′ (oder 5′) von a aus mit 30′ (oder 3′) in c der Triangel cab abgesteckt wird; so ist ac der gesuchte Perpendikel, oder $cab = 90°$, denn $ac^2 + ab^2 = bc^2$, oder $30 . 30 + 40 . 40 = 900 + 1600 = 50 . 50 = 2500$.

§. 10.

Ist der Punkt c, wo die Perpendikularlinie herkommen soll (Fig. 4.) außer der gegebenen Linie; so nimmt man, so gut man beykömmt, eine Linie ca, und eine andere $cb = ca$; so giebt $\frac{1}{2}$ ab den Punkt, wo von c die Perpendikularlinie cd eintreffen muß.

§. 11.

Soll zu einer auf dem Feld gegebnen Linie eine ≠ Linie abgesteckt werden, so ziehet man zu der gegebenen Linie nur 2 oder mehrere Perpendikularlinien in der der verlangten Weite angemessenen

nen Länge, und zieht über deren Ende die ver-
ngte ⊥ Linie. Könnte man aber, um solche
erpendikularlinien zu ziehen, nicht fortkommen;
mögen auch Linien in schiefen doch gleichen
Winkeln und in gleicher Länge gezogen werden,
ornach sich das nämliche ergiebt.

§. 12.

Wäre zu einer auf dem Felde gegebenen Linie
us einem gegebenen Punkt eine ⊥ Linie zu zie-
en; so wird von solchem Punkt an die gegebene
inie, wo man am nächsten beykömmt, eine Linie
a gezogen, und gemessen, sodann aus einem an-
ern anständigen Punkt b der gegebenen Linie
ne andere mit c a gleich lange Linie unter nämlichem
Winkel, oder ⊥ c a, gezogen, wornach sodann die
ndpunkte die gesuchte ⊥ Linie bestimmen werden.

Von der

Höhenmessung.

§. 13.

Eine auf ebenen Boden zu ihrem Fuß zu-
ängliche Höhe b c (Fig. 5.) wird gemessen.

1stens

1stens Wenn der Stab m mit dem kleinern Stab h in gerader Linie von ac so eingesteckt wird daß man über die Ende beyder Stäbe gerad nach b sehe; so wird ac gemessen, und mit der Differenz beyder Stäbe = mo multiplicirt, das Factum mit der Distanz der Stäb dn selbst dividirt, der Quotus giebt die Höh bc.

Beweis. hm = und ‡ dn, hmo = an = acb, hom = abc und darum hmo ∽ △ acb, also hm (oder dn

$$om = ac : bc \text{ das ist } \frac{ac \times om}{dn} = bc$$

2tens Hat man Sonnenschein, und kann der Schatten von bc gemessen werden; so stecke man einen Stab senkrecht, und messe auch dessen Schatten und Höhe, diese wird mit dem Schatten von bc multiplicirt, das Factum mit j dividirt: z. B. der Schatten eines 4 Sc hohen Stabes gebe 5 ½ Schuhe, der Sch eines Thurms aber 66'', so ist der Thurm

$$\frac{66 \cdot 4}{5,5} = \frac{264}{5,5} = 48 \text{ Schuhe hoh. (Fig}$$

Beweis. Man stelle sich den Schatten des Thurms sowohl, als des Stabes rückwärts so weit verlängert vor, bis sie einen von der Sonne herabfallenden Pkl aufnehmen könnten; so würde man da die rechten Winkel, und die Winkel an der Sonne, folglich auch die Winkel an den Schatten-Enden gleich wären, zween rechtwinklichte, ähnliche, (ja so zu sagen gar gleiche) Triangel haben (weil die, fast unendlich kleine Differenz des Abstandes von der Sonne bey dem Thurm und Stab hier gar nicht mehr in Betrachtung kommen darf.) In diesen Triangeln aber, weil cb ‡ ad, ist △ bch ∽ △ dak also: ak : ad = ch : cb, oder cb

$$= \frac{ch \cdot ad}{ak}.$$

Zweitens Man lege einen Spiegel horizontal, gehe um denselben, bis man darinn den Gipfl der zu messenden Höhe bc findet (Fig. 7.) und lasse sich den Punkt a merken; messe sodann die Distanz von seinen Schuheschnallen bis zu diesem Punkt, nämlich da, seine eigne Höhe bis zu den Augen, de, und die Distanz ac, multiplicire diese mit seiner Höhe de, das Factum dividire man mit

der ersten Distanz da; so giebt der Quotus die Höhe bc: z. B. meine Höhe sey $= 4', 5$, die Distanz da $= 6'$, die Distanz ac $= 58'$, so ist

$$bc = \frac{58' \cdot 4', 5}{6} = \frac{261}{6} = 43\tfrac{1}{2} \text{ Schuhe.}$$

Beweis. Aus der Katoptrick wird der richtige Satz hieher entlehnt, daß der auf dem Spiegel einfallende Strahl ba mit ac den nämlichen Winkel mache, als der vom Spiegel zurückgehende Strahl ae mit ad, oder daß bac $=$ ead, und weil nun auch eda $=$ acb, sohin dea $=$ cba; so ist $\triangle$ eda $\backsim$ $\triangle$ bca also ad : de $=$ ac : bc, oder

$$bc = \frac{ac \cdot de}{ad.}$$

Anm. Statt des Spiegels kann auch ein ruhig stehendes Wasser benützet werden, wenn darinn der Punkt a an einem hervorstehenden Gewächse, oder eingesteckten Stab genommen werden kann.

4tens. Man steckt (Fig. 8.) einen Stab senkrecht in d, und oben in solchen eine Querleiste gh, die so lange gerichtet werden muß, bis man von g über h gerade gen b sieht; dann sieht man

von

von h über g um den Punkt a zu finden, den man sich merken läßt; mißt ad, dc, und ed, multiplicirt die Weite ac ($=$ ad $+$ dc) mit der Höhe ed, und dividirt das Factum mit der Weite ad, so giebt der Quotus die Höhe bc: z. B. der Stab ed sey $= 4'$, ad $= 7'$, dc $= 63'$, also ac $= 70$; so ist bc $= \frac{70 \times 4}{7} = \frac{280}{7} = 40'$.

Beweis. ead $=$ bac, ade $=$ acb, sohin aed $=$ abc Darum $\triangle$ ade $\sim$ $\triangle$ acb, und ad : de $=$ ac : bc oder bc $= \frac{ac \cdot de}{ad}$.

5tens Man nimmt gc $=$ ed, und mißt mit der senkrechten Scheibe, Astrolab, oder Quadranten den Winkel beg, und die Distanz dc $=$ ge, addirt den Log. des Sinus von $\underline{beg}$ zum Log. von dc, ($=$ ge) und subtrahirt von der Summe den Log. des Cos. von $\underline{beg}$, der Rest giebt den Log. von bg, welchem ge addirt wird.

§. 14.

Unzugängliche Höhen bc (Fig. 9.) werden am leichtesten, und sichersten trigonometrisch gemessen, wenn man auf der angenommenen, und gemessenen Linie ad bey a und d den Winkel, den der Strahl ba, bd mit dem Horizont macht, mißt; so ist 180 — bac = bad, und 180 — bad — adb = abd, sodann Sin. abd : ad = Sin. adb : ab hernach Sin. Tot : ab = Sin. bac : bc, und Cos. bac : ac, und bc + dg = bc + ce = be.

§. 15.

Wäre nicht Raum da, um die Linie ad im allignement mit c zu nehmen, so kann sie auch nach der Quere genommen werden. (Fig. 10.) Da dann an beyden Enden nicht nur die vertikalen Winkel bac, bdc, sondern auch die horizontalen cad, adc genommen werden, die sodann mit der Linie ad, und dem Winkel acd auch die Seite ac oder dc geben, wornach bc nach §. 13, n : 5 berechnet wird.

§. 16.

Auf abhängigen Flächen (Fig. 11.) wird

eine zugängliche Höhe bc gemessen, wenn die angenommene, und gemessene Linie ad nebst dem gemessenen Winkeln adb, dab auch den Winkel abd und die Seite ab geben, sodann giebt bae — bac den Winkel cae; dieser mit dem rechten Winkel aec und der gemessenen Seite ac giebt auch den Supplementwinkel ace, und dann die Seiten ce und ae; sodann giebt auch die Seite ae mit dem Winkel aec = aeb und bae die Seite be, und be — ce = bc.

§. 17.

Wäre aber bc unzugänglich, oder ac nicht zu messen beliebig; so hat man doch aus dem berechneten Triangel dab die Seiten ab, db, und den Winkel abd, weiter wäre 90 — adb = dbc, und dbc — abd = abc, sohin 180 — bac — abc = acb sodann Sin. acb : ab = Sin. bac : bc.

§. 18.

Abhängige Flächen, ohngeacht sie größer als ihre Grundflächen sind, geben doch dem in Schätzung kommenden Innhalt eines Landes, Distrikts, Privatgrundes 2c. keinen Zusatz, und es wachsen

auf

auf selbem nicht mehrere Pflanzen, als auf der Grundfläche wachsen würden, weil (Fig. 12.) diese ordentlicher Weise nicht senkrecht zu ihren Boden, sondern zum Horizont zu wachsen pflegen. Darum, und weil unebene Flächen im Plane doch eben stehen müssen, sind bey Land- und Feldmessungen alle abhängige Flächen auf ihre Grundflächen zu reduciren; nur wird sodann die Abhänge durch Schraffirungen angezeigt.

Anm. Dieß leidet seine Ausnahme z. B. wo über unebene Flächen eine Strasse anzulegen, oder die Länge des Weges ohne horizontaler Distanz zu bestimmen ist.

§. 16.

Die Grundlinien werden aber gesucht

1stens Am sichersten trigonometrisch; wenn nämlich die Hypothenuse wirklich gemessen, aus dieser, und dem Erhebungs- und Neigungs, dann rechten Winkel sowohl der Pkl als die Grundlinie berechnet wird.

2tens Wenn eine 10- höchst 20 schuhige, $\frac{1}{2}$ Schuh breite, 1 Zoll dicke gerade Latte nach der Bley- oder Wasserwage genau horizontal an 2 andere senkrechte Stangen gehalten, und so damit

fort-

fortgefahren wird, bis man die ganze Abhänge gerade durchgemessen hat, wornach sowohl, wie oft die Querlatte genommen ward, als wie viele Schuhe zusammen bey allen Ständen an der senkrechten Stange herausfielen, nachgesehen wird; da dann jene die Grundlinie, diese den Pkl geben werden. Z. B. die Querlatte sey 10 Schuhe lang, = de = fg = hi (Fig. 13.) am ersten Stand treffe e gerade auf den Boden, und da sey = 4′; am 2ten sey fe = 5′, go aber = 1 ½′. also fe eigentlich nur = 3½′; am 3ten sey hg = 3′; endlich am 4ten sey ki = 2 ½′, und an der Querlatte sey kſ nur = 5′; so ist ac = 10 . 3 + 5 = 35′, und ſc = 4 + 3 ½ + 3 + 2 ½ = 13′ denn de + fg + hi + kſ = al + lm + mn + nc = ac und ad + fn — go + hg + ki = eq + qp + pr + rb = Sb.

§. 20.

Auf die Lehre vom wahren und falschen Horizont wird nur bey größern Vermessungen Rücksicht genommen, und ihre Differenz db (F. 14.) wird allemal $= \sqrt{(ad^2 + ac^2)} - ac$; denn ac = bc, also ist dc = bd + ac und weil $dc^2 = ac^2 + ad^2$; so ist auch $dc = \sqrt{(ac^2}$

$+ ad^2$) sohin $bd = \sqrt{(ad^2 + ac^2)} - ac$.

§. 21.

Die Mittelmaterie, wodurch ich nach etwas sehe — z. B. Die Luft — ist unten mehr gedrückt, also dichter, darum werden die Strahlen aufwärts gebrochen. Dieser Strahlenbruch macht, daß, wenn ich von a nach d sehe, (Fig. 15.) mir d nicht in d, sondern in e erscheine; der Winkel dab ist um ead zu groß geworden. Dieser Strahlenbruch-Winkel aber wird insgemein $= \frac{acb}{18}$ geschätzt, und da ac = bc = dem Radius der ganzen Erde ist, so giebt eine Horizontalbasis von 100 Klaftern erst acb = 1 Min. 1 Secund. und dieß mit 18 dividirt für den Bruchwinkel nur 3'', 23'''; Weßwegen, und weil jene Winkel zugleich von den Aenderungen der Luft, und den verschiedenen Lagen des Beobachters 2c. abhängt, selber vom Geometer fast nie in Berechnung genommen wird.

Von Messung der Ebenen.

§. 22.

Die Distanz zweyer zugänglicher Gegenstände a und b wird gemessen:

1stens **Mit Absteckstäben**, (Fig. 16.) wenn der Standpunkt c mit einem Stab bemerket, ac und bc gemessen, und jedes Maaß gerade rückwärts getragen wird, so, daß ad und eb gerade Linien, und ac = cd, bc = ec seyen; so ist nur de zu messen, so der Distanz ab gleich seyn wird.

Beweis. acb = ecd, ac = dc, ec = bc also △ acb = △ ecb sohin auch ab = de.

2tens **Mit der Mensul**, (Fig. 17.) wenn solche in c gestellt, gerade über c der Punkt c angenommen, und aus solchem nach a und b visirt, und in dieser Richtung die gemessenen Linien ac, bc verjüngt aufgetragen werden, so wird ab auf der Mensul in nämlichen verjüngten Maaßstab auch die Distanz A B anzeigen.

Beweis. Weil ACB = acb, und ac : AC = bc : BC so ist auch ac : AC = ab : AB, oder bc : BC = ab : AB.

3tens **Mit dem Astrolab, oder Winkelscheibe.**

ſcheibe. Wenn AC, und BC nebſt dem Winkel ACB gemeſſen ſind, ſo iſt $AC + BC : AC - BC = \text{Tang.}\ \frac{180 - ACB}{2} : \text{Tang.}\ \frac{ABC - BAC}{2}$, ſodann giebt $\frac{180 - ACB}{2} - \frac{ABC - BAC}{2}$ den Winkl BAC, und endlich Sin $\underline{BAC} : BC = \text{Sin.}\ \underline{ACB} : AB$.

Oder wenn $ACB = 90°$, ſo iſt ohnehin $AB = \sqrt{(AC^2 + BC^2)}$. Iſt aber ACB unter $90°$ (Fig. 18.); ſo bildet man ſich von einer auf die andere nöthigen Falls verlängerte Seite einen Pkl Bd ein, ſodann iſt $S\,T : BC = \text{Sin.}\ dCB\ (= ACB) : Bd$, und $\text{Sin.}\ dBC : cd$. Hernach iſt $AC - Cd = Ad$, und $AB = \sqrt{(Ad^2 + Bd^2)}$

Wäre aber ACB über 90 Grade, (Fig 19.) ſo kann man ſich eine der gemeſſenen Linien, z. B. BC, über C hinaus verlängert, und auf ſolche von A den Pkl Ad vorſtellen, ſo iſt $ACd = 180 - ACB$, und $dAC = 90 - ACd$, alſo $S.\,T : AC = \text{Sin.}\ \underline{ACd} : Ad = \text{Sin.}$

$d\underline{AC} :$

dAC : dc, endlich ist dC + BC = dB, und AB = $\sqrt{(Ad^2 + Bd^2)}$

4tens **Mit der Bussole**, (Fig. 20.) man visirt aus C nach A und B, und sieht, welchen Winkel die Magnetnadel sowohl mit AC als BC mache; und findet ACn — BCn = ACB; dieser gemessene Winkel mit den gemessenen beyden Seiten giebt sodann, wie oben, das übrige.

§. 23.

Wenn aber nur einer der Gegenstände, deren Distanz man suchet, zugänglich ist, z. B. A, aber nicht B, so wird selbe gefunden.

1stens **Mit Absteckstäben**, (Fig. 21.) Man steckt im willkührlich angenommenen Standpunkt d eine Fahne, mißt Ad, und trägts gerade rückwärts in df; in c steckt man einen Stab, so, daß er in gerader Linie von Bf stehe; mißt cd, trägts auch gerade rückwärts in de, wo Ae = cf seyn wird, ndlich sucht man den Ort g, so, daß er in gerader Linie von Ae und dB sey, mißt sodann gf, das = AB ist:

Beweis. Ade = cdf, Ad = fd, cd = ed, also △ Ade = △ cdf, sohin W. eAd

eAd (= gaf) = cfd = BfA, und Aed = dcf. Darum auch deg = dcB. Es ist aber auch edg = Bdc, also egd (= AgB) = dBc = gBf und △ edg = △ dBC, sohin eg = Bc, also Ae + eg = cf + Bc, oder Ag = Bf, und weil Bg gemeinschaftlich, und AgB = gBf, so ist auch △ gAB = △ gfB, also AB = gf.

2tens **Mit dem Meßtisch**, (Fig. 22.) Man setzt solchen in C, und nimmt auf ihm c gerade über C an (eine Vorsicht, die bey allen Mensulmessungen auf jeder Station unumgänglich nothwendig ist, daß alle visirten Linien mit den gemessenen sicher ∓ seyen, so hier ein für allemal erinnert wird) visirt nach A und B, zieht die Linie cb in willkührlicher Länge, die gemessene Linie AC aber trägt man auf ac verjüngt auf; trägt die Mensul nach A, mit a über A, und richtet ac ∓ AC, visirt von a nach B, und zieht die Linie ab, durch welche die Linie cb in b geschnitten wird; mißt ac auf der angenommenen Skale, und findet AB.

Beweis. Der Winkel acb ward = ACB,

und

und b a c = B A C genommen, also ist auch a b c = A B C, sohin der △ a b c ∽ △ A B C also a c : A C = a b : A B.

Oder man bleibt in C, steckt in gerader Linie von A B noch eine Fahne in D ein, visirt C nach A, D, und B, (Fig. 203.) und trägt a c auf; man mißt auch C D, und trägts in c d, zieht sodann über a d eine gerade Linie, wodurch c b in b geschnitten, also b bestimmt wird, wornach a b die Distanz A B anzeigt.

Beweis. Der Winkel a c d ist = A C D, und a c : A C = d c : D C = a d : A D. Weil aber a c auf A C, d c auf D C liegen, so ist auch a d ∦ A D, darum der Winkel b d c = B D C, und weil d c b ohnehin = D C B, so ist auch d b c = D B C, also auch △ d c b ∽ △ D C B, folglich d c : D C = d b : D B, endlich, weil d c auf D C, b c auf B C liegt; so ist d b ∦ D B, und da a d + d b = a b, so wie A D + D B = A B; so ist auch a c : A C = a : b A B.

3tens **Mit dem Astrolab, Winkelscheibe, oder Bussole.** Sind die Winkel A C B und B A C gemessen, so hat man auch den Winkel

A B C,

ABC, und die gemessene Seite AC, wornach Sin. $\underline{ABC}$: AC = Sin. $\underline{ACB}$: AB = Sin. $\underline{BAC}$: Bc

§. 24.

Die Distanz zweyer unzugänglicher Gegenstände wird gemessen.

1stens **Mit Absteckstäben.** (Fig. 24.) Man wähle den willkührlichen Standpunkt f soviel als möglich vom A und B gleich entfernt, wähle auch den Punkt c so nahe, als möglich in einem rechten Winkel mit A und f; in gerader Linie mit cf setze man auch einen Stab in d, endlich suche man h in gerader Linie mit Ac und Bf, sodann g in gerader Linie mit Af, und Bd, messe ch, hf, hg, gf, gd, schreibe all das Maaß im Bruillon an, um zu Hause die △△ cfh, hfg, und gfd zusammen setzen zu können, welche sodann mit den verlängerten Seiten gf und ch den Punkt A, dann mit den verlängerten hf, und gd den Punkt B bestimmen, und so AB geben.

Beweis. Die Triangel werden ähnlich aufgetragen werden, ihre Winkel sind gleich, die

Sei-

Seiten derselben mit den betreflichen Distanzen proportional.

Oder (Fig. 25.) man setze im beliebigen Punkt c einen Stab, so auch in f und g, nur daß fcg eine gerade Linie, und fc = cg sey. In gerader Linie von Af setze man den Stab o, und in gerader Linie von Bg den Stab e, messe oc, und trage es gerade zurück in ck, so wie ec in ch, endlich setze man den Stab l in gerader Linie von fh, und cB, und den Stab m in gerader Linie von gk und Ac, messe die Distanz lm, sie ist = AB.

Beweis. fco = gck, fc = gc, oc = kc; also △ foc = und ∽ △ gkc, und der W. foc = ckg, cgk = ofc, of = gk. So ist auch fch = ecg, fc = gc, hc = ec, also △ fch = und ∽ △ ecg, sohin ceg = fhc, cge = cfh, und eg = fh. Weiter ist 180 — foc = Aoc = ckm, Aco = kcm, also auch oAc = kmc und weil oc = kc, so ist auch △ Aco = und ∽ △ mck, und Ac = mc, Ao = km. Eben so ist 180 — ceg = ceB = chl, Bce = hcl, also

auch

auch cBe = hlc, und da hc = ec; so ist △ Bce = und ∽ △ hcl, cl = cB, hl = eB, und weil auch AcB = lcm, so ist zugleich △ AcB = und ∽ △ lcm, also AB = lm.

2tens **Mit dem Meßtisch.** (Fig. 26.) Man setzet die Mensul in c, und einen Stab in d, visirt nach A, B, und D, mißt cD, und trägts verjüngt auf. Setzt sodann die Mensul in D, richtet dc ‡ DC, visirt nach A und b, wo die Linien da, und ca sich schneiden, ist a, wo db, und cb sich schneiden, ist b; man mißt ab auf der Skala, und findet AB.

Beweis. Weil cda = CDA, acd = ACD, so ist auch cad = CAD sohin △ cad ∽ △ CAD, also cd : CD = ac : Ac = ad : AD, so ist auch bcd = BCD, cdb = CDB, darum auch cbd = CBD, sohin △ bcd ∽ △ BCD, und cd : CD = bd : BD = bc : BC. Endlich weil adb = ADB, und ad mit AD, bd mit BD proportional ist, so ist auch △ adb ∽ △ ABD, sohin eben so bd : BD = ab : AB, oder cd : CD = ab : AB.

3tens.

3tens Mit der Winkelscheibe &c. (F. 27.) Wenn die Seite CD, dann die Winkel ACB, ACD, sohin auch BCD, so wie ADB, CDB, und ADC gemessen sind, so ist der Winkel CAD, und CBD auch bekannt, und dann $\text{Sin.}\ \underline{CAD} : CD = \text{Sin.}\ \underline{ADC} : AC =$ $\text{Sin.}\ \underline{ACD} : AD$, so wie $\text{Sin.}\ \underline{CBD} : CD =$ $\text{Sin.}\ \underline{BCD} : BD = \text{Sin.}\ \underline{BDC} : BC$; nun kann ich entweder aus AC, BC und ACB oder aus AD, BD, und ADB die Seite AB berechnen, da ich sage: $CB + AC : CB - AC =$

$$\text{Tang.}\ \frac{180 - ACB}{2} : \text{Tang.}\ \frac{CAB - ABC}{2}$$

sodann ist $\frac{180 - ACB}{2} + \frac{CAB - ABC}{2}$ $= CAB$, und $\text{Sin.}\ \underline{CAB} : CB = \text{Sin.}\ \underline{ACB} :$ AB.

§. 25.

Auf nämliche Weise können auch mehrere Gegenstände zugleich aufgenommen werde.

§. 26.

Wäre aber die Distanz der entfernten Gegenstände A und B schon bekannt, und man wünschte nur die Distanz von C und D sowohl unter sich, als von A und B zu wissen, ohne was anders, als ihre Winkel zu messen; so verfährt man wie oben §. 18. Nr°. 3, und nimmt C D einsweilen willkührlich (z. B. = 10000) A B aber als unbekannt an; am Ende der Rechnung wird man für A B eine falsche Größe finden, und man schließt sodann: wie sich das falsche A B zum wahren verhält, so verhält sich das gefundene ohnehin falsche Maaß jeder Linie zum wahren.

§. 27.

Ist die Distanz von A zu B, und der Bussolenwinkl der Linie A B schon bekannt, und man wünschte (Fig. 28.) auf der Stelle C aus den blossen Winkl A C B, die Distanzen A C, und B C zu finden, so ist (weil en ‡ gf) 180 — acf = acg = nac, nac — nab = bac, acf — fcb = acb, sodann 180 — acb — cab = abc und Sin. $\underline{\text{acb}}$: ab = Sin. $\underline{\text{bac}}$: bc = Sin. $\underline{\text{abc}}$: ac.

Oder

Oder (Fig. 29.) $acg = nac$, $nac - nab = bac$, $180 - acb - bac = abc$ und $\text{Sin.}\ \underline{acb} : ab = \text{Sin.}\ \underline{abc} : ac = \text{Sin.}\ \underline{bac} : bc$.

§. 28.

Eine Fläche zu messen darf man nur ihren Umfang also, die Winkel, und deren Distanz, oder die Länge der Seiten bestimmen, wobey das vorgehende anwendbar, und besonders die Lehre §. 12 und 13 zu beobachten ist.

Anm. Was, und mit welchem Instrument man immer mißt, so ist sehr rathsam, sich vorläufig mittels Brouillons das beyläufige Bild der zu messenden Fläche wohl bekannt zu machen, und bey jeder Mensul- Kreuz- oder Zollmannischer Scheibenarbeit soll die Bussolenlinie, das ist: welche von der Richtung der Magnetnadel angezeigt wird, gleich aufgezeichnet werden.

§. 29.

Eine Fläche die ganz durchschauet, und durchgegangen werden kann, wird gemessen

1stens **Mit Absteckstäben** nach der Triangu-

larmethode: man setzet in alle Ecke mit Zeichen bemerkte sichtbare Stäbe, oder Fahnen; mißt die Aussenseiten, und so viele Diagonalen, als man nöthig hat, um die Figur bequem in lauter Triangel zu theilen; zeichnet alles im Brouillon, und schreibt die gefundenen Maaße bey; setzet zu Hause diese Triangel mit zu Hand genommenen Skale zusamm; berechnet die Innhalte aller Triangel, und legt dem Plan zugleich diese Rechnung tabellirt bey:

z. B. die Figur sey a b c d e (Fig. 30.) die Aussenseiten, und Diagonalen halten das beygeschriebene Maaß, so könnte die Rechnung beyläufig so vorgelegt werden.

(Wie es in der nebenstehenden Tabelle zu sehen.)

Aus einem

Standort.

2tens **Mit der Mensul.** Man stellt den Meßtisch an ein Eck der Figur z. B. (Fig. 31.) in A, visirt nach B, C, D, E und F, und mißt alle Linien AB, AC, AD, AE, AF, und trägt sie verjüngt auf ab, ac, ad, ae, af,

Im II. Theil §. 29. zu pag. 180.

Triangel.	Hat die Seite	Schuhe	Giebt sich die Rechnung.	Innhalt an Quadrat-Schuhen.
a b e	ab ae be	340 330 370	(ab + ae + be) . (ab + ae — b) . (ab + be — ae). (ae + be — ab) = 1040 . 300 . 380 . 360 = 42681600000, und dessen $\frac{1}{4}\sqrt{\ }^{2}$ =	51648, 75
b e d	. . ed bd	. . . 360 420	1150 . 310 . 430 . 410 = 62850950000 und dessen $\frac{1}{4}\sqrt{\ }^{2}$ =	62675 —
b c d	. . bc dc	. . . 360 300	1080 . 480 . 360 . 240 = 44789760000 und dessen $\frac{1}{4}\sqrt{\ }^{2}$ =	52908, 75
Summa des Innhalts an Tagwerken á 40000′□ = 4 Tagw. 70 Ruthen 31 ½ Schuhe				167031, 5

a f, zieht die Linien b c, c d, d e, e f, so hat man die verjüngte Figur.

Der Beweis liegt wieder in den gleichen Winkeln (b a c = B A C &c.) und den verhältnißmäßigen Seiten, also den ähnlichen Triangeln. Man kann auch, wenns bequemer wäre, oder in vorgehender Auflösung die Winkel gar zu stumpf, zu spitzig ausfielen, die Mensul in die Mitte der Fläche setzen, (F. 32.) und von da nach allen Ecken visiren, die visirten Linien messen, und verjüngt auftragen, sodann ihre Ende mit den Aussenlinien verbinden. Man erhält aber dabey mehrere Triangel.

Anm. Mit der Zollmannischen Scheibe läßt sich das nämliche eben so bearbeiten.

3tens **mit dem Astrolab** &c. (Fig. 28.) Wenn die Winkel B A C, C A D, D A E, und E A F nebst den Seiten, und Diagonalen B A, C A, D A, E A, und F A gemessen sind, so werden die Triangel, folglich die Seiten B C, C D, D E, E F berechnet.

4tens **Mit der Kreuzscheibe.** (Fig. 33.)

Man

Man mißt die Diagonale (z. B. BE) sucht auf solcher die Standorte, g, h, i, k, woraus in die übrigen Ecke der Figur die Pkl gefällt werden können, mißt sowohl diese Pkl, als die Distanzen bg, gh, hi, ik, oder ke; schreibts in Brouillon an; trägts zu Hause auf, und zieht sodann über Endpunkte die Linien bc, cd, de, ef, fa, und ab.

§. 30.

Wenn man die Fläche zwar durchschauen, aber nicht durchgehen kann, oder will, so wird sie aus 2, 3, oder mehreren Standorten gemessen.

1stens **Mit Absteckstäben**; man wählt den Standort A, steckt (Fig 34.) in einer Entfernung von 50, und im Allignement von B, C, D, E, F, und G die Stäbe b, c, d, e, f, g, mißt die Sehnen bc, cd, de, ef, fg, schreibt ihren Gehalt im Brouillon. Eben so verhält man sich hernach in B, und mißt AB, Zu Hause zeichnet man sich entweder alle diese gleichschenklichten Triangeln an ihren behörigen Stellen neben einander, und verlängert sodann ihre Schenkel, bis die betreflichen Schenkel AC und BC in c, und so fort sich schneiden, und zieht so-

dann

dann die Linien B C, C D &c. oder, was rathsamer ist, man sucht in den Branderischen Sehnen-Tafeln den jeder Sehne gemäßnen Winkel, und berechnet sodann aus A B, C A B, und B A C den Winkel A C B, nebst A C, und B C, aus A B, A B D, und B A D erhält man A D B, A D, und B D, und aus C A D, A C und A D kömmt A C D, A D C, und C D; A C B + A C D, = B C D, dieß mit C B D dann B C und C D giebt C D B, und B D, so berechnet sich auch aus A B E, B A E, und A B der Winkel A E B mit A E, und B E, sodann giebt B D, mit B E und D B E auch D E; aus A B F, B A F, und A B ergiebt sich auch A F B, B F, und A F; so wie aus B F, B E, E B F auch B E F, B F E, und E F; endlich findet man aus A B G, B A G, und A B die Seiten B G und A G, wornach B F mit B G und F B G auch G F giebt.

2tens **Mit der Mensul** (Fig. 35.) man stellt die Mensul z. B. in A, visirt nach B, C,
D,

D, und E, und zieht Linien, trägt aber die gemessene Linie AB gleich verjüngt auf = ab; stellt sodann die Mensul in B, mit b über B, und ba ‡ BA, visirt nach C, D, und E, und zieht Linien; wo Ac und bc sich schneiden, ist c und so fort; endlich werden die Linien bc, cd, de, ea, gezogen.

Anm. Würden dabey gar zu spitzige Winkel erhalten, so ist rathsamer statt 2, mehrere Standorte zu nehmen.

3tens **Mit dem Astrolab**, und andern Winkelinstrumenten werden die Winkel CAB, CAE, CAD, dann ABC, ABD, und ABC gemessen, aus diesen, und der gemessenen Seite erhält man sodann all übriges wie oben Num. 1. denn

AB, EAB, u. ABE	geben	AEB, AE, u. BE	
AB, DAB, u. ABD	. . .	ADB, AD, u. BD	
AE, AD, u. EAD	. . .	ED &c.	
AB, CAB, u. ABC	. . .	ACB, AC, u. BC	
BC, BD, u. CBD	. . .	DC &c. u. s. f.	

Die Kreuzscheibe ist hiebey selten brauchbar; die Zollmannische aber in diesem Falle nicht an-

zu-

zurathen, weil man sich die Arbeit verdoppelt, ohne mehr Vortheil davon zu haben, und vermehrte Arbeiten pflegen die Richtigkeit nicht zu vermehren.

§. 31.

Am Umfange wird eine Fläche gemessen.

1stens **Mit Absteckstäben**, (Fig. 36.) im Allignement A B, und 50′ von A steckt man den Stab z. B. n, so auch etwa über A hinaus im Allignement A E den Stab m; mißt nicht nur die Seite A B, sondern auch die Sehne m n, und notirts im Brouillon. Kann, oder will man auf der Station B des sehr stumpfen, und deßhalb lieber zu vermeidenden Winkels A B C die Seite A B oder B C nicht verlängern, und mißt lieber den stumpfen Winkel selbst, so steckt man 50′ weit von B in Allignement von A B, und C B, die Stäbe o, p; mißt die Sehne o p, und bemerkts mit der gemessenen Seite B C wie vorhin. Wenn in C weder eine Sehne des ausspringenden Winkels B C D, noch einer seiner 2 Supplement-Winkel gemessen werden kann, so nimmt man seinen Vertikal-Winkel, u c w durch die über C hinaus um 50′ verlängerten Seiten

B C,

BC, und DC; mißt und notirt die gemessene Sehne u. w. Mit einem dieser 3 Vortheile bestimmt man auch die Winkel D, und E, und trägt zu Hause die Figur ordentlich auf; oder man berechnet sie trigonometrisch: z. B. der Winkel ABC mit AB, und BC giebt $\overline{AC}$, $\overline{BAC}$, und $\overline{ACB}$; BCD — ACB = ACD; dieß mit AC, und CD giebt $\overline{AD}$, $\overline{CAD}$, und $\overline{ADC}$, aus AD, AE, und ED giebt sich der △ AED von selbst.

2tens **Mit der Mensul.** (Fig. 37.) Man stellt den Tisch in A, richtet ihn horizontal, mit a auf A, legt daran die Meßregel, visirt nach B, und wo möglich nach den letzten Standort E, zieht Linien, trägt aber die gemessene Seite AB nur verjüngt auf = ab; Ist es thunlich, so zieht man zugleich eine visirte Linie nach C oder D, um einen Recktifications-Punkt zu erhalten, sohin die allenfalligen Fehler früher zu erkennen. Man stellt sodann die Mensul mit b über B, und ba ǂ BA, visirt nach C, mißt BC, trägts verjüngt auf = bc, und visirt allenfalls nach dem erwählten Versicherungs Punkt C, D, oder

E,

E, wo sich Linienschnitte zeigen werden. Man trägt die Mensul in c, mit c und cb ≠ CB, visirt nach D, (allenfalls auch, wenn c der Versicherungspunkt war, nach a, wo die Linie ca gen ac eintreffen muß) mißt CD, zeichnet cd gemäß CD, und wäre D der Versicherungspunkt, so muß der vorige Sektionspunkt hier wieder durchschnitten, vielmehr mit d berührt werden. Endlich verfährt man eben so in D, und E, und wenn nicht nur ea ≠ der visirten Linie ae, sondern auch, da sie EA gemäß ist, genau an a schließt, so ists ein Zeichen richtiger Arbeit.

Anm. Bey grossen Flächen wird meist ein Bogen auf der Mensul nicht zureichen, also mehrere aufgespannt werden müssen, wobey deme, der sich nicht auf seine bey jedem Bogen anzubringende Boussolenlinie verlassen will, nöthig ist, die letzten 3 Standorte, oder 2 Seiten als z. B. mn, no, auch auf dem neuen Bogen aufzustellen, und somit wie sonst fort zu fahren; kann man auch die ehevor gebrauchte besondere Directionslinie hiezu benützen, desto beßer.

3tens **Mit dem Astrolab, Scheibe, oder Bussole.** (Fig. 38.) Man mißt alle Seiten ab, bc, cd, de, ef, fg, und ga, nebst ihren

ein-

eingeschlossenen Winkeln bag, abc, bcd, cde. (NB. den innern, der über 180° hält, nicht den äußern; oder man zieht diesen von 360 ab, und nimmt den Rest) def, efg, und fga, und schreibt alles im Brouillon, sodann berechnet man aus ab, ag, und bag die Diagonale bg, und die Winkel abg, agb; abc — abg ist = gbc, dieß mit bg und bc giebt gc, bcg, und bgc. Hernach ist bcd — bcg = gcd, woraus, und aus cg, cd sich dg, cdg, und cgd berechnet. Ferner ist cde — cdg = edg, welches mit gd, und ed die Winkel deg, dge, und die Diagonale eg giebt. deg — def = gef, so mit eg und ef und gf die Winkel egf, efg geben würde, wenn sie nicht vorhin schon bekannt wären: und aus diesen Triangeln wird sodann die Figur zusammen gesetzt.

Anm. Vor der trigonometrischen Berechnung aber ist nöthig alle innern Winkel zusamm zu addiren, um zu sehen, ob die Summe ihres Gehalts genau, oder beynahe = 180 × der Seitenzahl — 2, also im gegebenen Falle = 180 . 5 = 900 sey.

sey. Ist die Differenz schon von Graden, so ist im Winkelmessen sehr gefehlt worden, und die genauere Messung nachzuholen. Die kleinere Differenz aber wird nur in alle Winkel eingetheilt.

4tens **Mit der Zollmannischen Scheibe.** (Fig. 39.) Man mißt alle Seiten, stellt die Mitte der Scheibe in jedes Ecke, und visirt rück- und vorwärts, zieht auch die Linien von willkührlicher Länge, und bezeichnet sie, so, daß der Buchstabe des Standorts gegen den Geometer, der des visirten Eckes jenseits angeschrieben werde, setzt auch ihre Maaße bey. Die letzte Linie ga muß mit der zu Anfang gemessenen ag genau eintreffen, wenn die Messung der Winkel richtig geschah: Auch hier ists vortheilhaft, so wie bey der Mensul, einen, oder zween Rectifications- vielmehr Versicherungspunkte zu nehmen. Zu Hause werden die Seiten nach ihrem verjüngten Maaße genommen, und so aneinander geschlossen, daß bc mit b an das b des ab stoße 2c. und ab ≠ AB, bc ≠ BC sey.

Der Vortheil der Zollmannischen Scheibe vor der Mensul besteht darinn, daß man bey selber auf dem Felde weder Zirkl, noch Skale, noch

Gabel

Gabel brauchet; dagegen erhalte ich das Bild, das mir die Mensul gleich auf dem Felde giebt, erst durch eine Nacharbeit zu Hause.

5tens **Mit der Kreuzscheibe.** (Fig. 40.) Mit diesem äußerst simplen, doch äußerst mühesamen Instrument suchet man sich an einer angenommenen geraden Linie lauter solche Standorte aus, woraus man an die entgegenstehenden Ecke der Figur Perpendickl messen kann, da nämlich die Diopter m n ⊥ der angenommenen Linie ist, und Diopter u k an das Ecke hinweiset. Erreichet aus der angenommenen Normallinie kein Perpendickl die Figur mehr, so wird an jene eine neue Normallinie perpendikulär angebracht, und auf solcher, wie auf jener, verfahren, alle Pkl, und ihre Distanzen gemessen, notirt, und zu Hause so verjüngt aufgetragen, endlich über die Ende der Pkl-Linien gezogen, welche die Figur darstellen werden.

§. 32.

Wenn sich bey der Messung mit den Absteckstäben, Mensul, Astrolab, oder Zollmannischen Scheibe die Figur nicht schliessen wollte, so entweder an einem oder mehreren Winkeln, an

einer

er oder mehreren Seiten, oder an beyden ge- lt worden. In solch letztern Fällen müßte die essung unumgänglich wiederholt werden (das im Gebrauch eines Versicherungspunktes früher te vermieden werden können), der einzelne Feh- an einer Seite, oder einem Winkel entdeckt, d verbessert sich aber, wenn man (Fig. 41.) n Zirkel in alle Ecke setzet, und versucht, aus lchem derselben der andere Zirkelfuß beyde Ende Figur berühre. In solchen Winkel ist gefehlt orden z. B. in C. Man punktire also den Ra- us F c und E c, und mit dem Radius c d den ogen d n, so den Radius h c in m schneidet, n Bogen m n bringt man von d in o, daß o = m n, so ist der Winkel C berichtiget, und nn werden die übrigen Seiten wie sonst ange- acht, und so die Figur geschlossen. Wäre aber Fig. 42.) die Linie der Differenz g a ± zu ei- r Seite der Figur, so wäre an eben dieser Seite fehlt, und solche gerade um soviel zu kurz, oder lang genommen worden, um wieviel das Ende vom Anfang a in die Figur herein, oder hin- us absteht. Man darf auch nur die Seite a f mit der abweichenden Seite g f von a rück- årts nehmen, an solche die Seite f e ± f i an- schliessen,

schliessen, bis man auf eine Seite z. B. d c gerade aufzuliegen kömmt, wo sich zeigen wird, um wieviel solche zu kurz, oder zu lang genommen worden sey. Eben so vorwärts von a gen b.

§. 33.

Hat die Figur mehrere Winkel von kleinen Seiten, oder sehr stumpfe, sehr spitzige Winkel, so ist es rathsam, solche mit der Mensul zu umgehen, und diese nicht in jeden zu stellen. Je weniger Standorte man braucht, desto leichter, und besser wird die Arbeit ausfallen. So könnte man (z. B. Fig. 43.) die Mensul, nachdem aus a nach b und c visirt, und a c gemessen worden, von a gleich nach c tragen, dort c auf C, a c ⫩ AC, sohin auch b c ⫩ B C stellen, die Linien c b ziehen, wodurch a b in b geschnitten, und so a b und b c nebst dem Winkel a b c bestimmt werden, ohne daß man, außer zur größern Beruhigung, a b und b c messen läßt.

§. 34.

Wäre eine Gegend mit der Mensul aufzunehmen, ohne daß man sich so eben zugleich mit dem Kettenmessen abgeben könnte, oder wollte,

so

ſo wird die ähnliche Figur ohne anderer Messung folgender Gestalt erhalten.

1mo. (Fig. 44.) Man stellt die Mensul in A, visirt nach B und so vielen andern Fahnen, als man sieht, und kennt, und zieht Linien von willkührlicher Länge.

2do. Man stellt sodann die Mensul mit dem auf der Linie ab willkührlich angenommenen Punkt b über B, richtet ab ∓ AB, und visirt sodann nach C und wohin man sonst noch kann, zieht auch die Linie bc von willkührlicher Länge.

3tio. In C richtet man nur bc ∓ BC, legt die Meßregl an a und visirt nach A, zieht die Linie rückwärts, so wird von solcher die Linie bc in c geschnitten, also bc bestimmet werden: denn weil acb = ACB, abc = ABC, bac = BAC, so ist ab : AB = bc : BC = ac : AC. So suchet man auch d, e &c. zu bestimmen. Endlich

4to. Sobald man will oder kann, mißt man eine Seite der Figur (z. B. AB) hält sie gegen der willkührlich verjüngten ab, und schliesset wie sich das willkührliche ab zum wahren,

so verhält sich jede andere Seite zu ihren wahren Maaß.

§. 35.

Kann die Figur füglich abgeschnitten werden, so ist es rathsam, ihre Theile besonders zu messen, so wie (Fig. 45.) man sicherer die Figur abcdh, dann defgh besonders, als die ganze Figur abcdefgh in einem fort mißt.

§. 36.

Die Krümmung eines Flusses (z. B. F. 46.) wird aufgenommen

1stens Mit Absteckstäben. Man steckt die Normallinien ab, bc, cd, &c. ab, mißt sie, und ihre Winkel abc, bcd, cde &c. und notirts im Brouillon. Von diesen Linien werden in gewissen Distanzen z. B. von 20 zu 20 Schuhen Perpendikel an den Fluß gemessen, und notirt; zu Hause alles aufgetragen, und dann über die Pkl-Ende die Linien der Fluß-Krümmung gezogen.

2tens Mit der Mensul (Fig. 47.) man steckt die Normallinien AB, BC, CD &c. ab, und trägt sie verjüngt mit ihren Winkeln auf; in die

die Krümmungen H, I, K, L, M, N, &c. werden Fahnen gesteckt, nach Betref von den Standorten a, b, c, und d darauf visirt, wornach die schneidenden Linien die Punkte h, i, k, l, m, n, bestimmen werden.

3tens Mit den Winkelinstrumenten. Nachdem die Normallinien mit ihren Winkeln bestimmt sind, sucht man auch die Strahlenwinkel, die an diesen Linien von dem aufgesteckten Krümmungszeichen sich ergeben, welche mit dem an diesem Zeichen sich ergebenden Winkel, dann der gemessenen Seite, auch den Abstand des Krümmungszeichens, sohin seinen Platz selbst in der Rechnung bestimmen werden.

4tens Wie mit der Zollmannischen oder Kreuzscheibe dabey verfahren werde, wird aus dem bisherigen schon begreiflich seyn.

§. 37.

Sollte ein ganz überschaubarer Platz z. B. ein Teich (Fig. 48.) aus zwey Standorten A und B von zween Feldmessern und einem Fahnenträger zugleich, und mit der geringsten Mühe aufgenommen werden, so wird nur nach schon ange-

brachten Grundsätzen die Distanz von A gen B gemessen, dann verjüngt auf jeder Mensul = ab aufgetragen, die einte Mensul mit a auf A, mit b gen B, also ab ‡ AB, die andere mit b auf B, a gen A, also ba ‡ BA gestellt. Sodann geht der Fahnenträger mit seiner Fahne an die Ecke der Figur, stellt in jedem die Fahne senkrecht auf, bis ihm beyde Feldmesser, die nach ihm visiren, und Linien ziehen, das verabredete Zeichen geben, daß er abgehen, und sich zum nächsten Ecke begeben soll. Zu Hause werden die auf B gezogenen Linien mit ihren Winkeln auf der Mensul a bey b aufgetragen, deren Durchschnitte mit den Linien von a die Umkreispunkte bestimmen werden.

Anm. Daß sich das nämliche mit den Winkelscheiben, Zollmannischen Scheiben, oder Bussolen leisten lasse, bedarf keiner Erklärung mehr.

§. 38.

Wäre (Fig. 49.) durch einen Wald ein gerader Weg zu einem gegenüberstehenden Haus, Teich, oder sonstigen Gegenstand, den man nicht sehen kann, auszuhauen, so wird solcher abgesteckt, wenn der Wald selbst nebst dem Haus und

dem

dem Orte des Ausganges ehevor schon auf der Mensul im Plan liegt, und diese gehörig gestellt, sodann im Plan durch solchen vom angewiesenen Ort des Ausganges a gen b eine gerade Linie gezogen wird. Wornach man von A eine möglichst lange Linie willkührlich (z. B. AD) von D die Linie DE, und so fort mißt, und behörig aufträgt, so werden diese Linien von der Normallinie AB durchschnitten seyn, und diese Segmente werden auf der Skale gemessen, um sie nach solchem Maaß auch im Wald bestimmen, abstecken, und nach solchen Absteckungen den Weg aushauen zu können. — Mit den Winkelinstrumenten wäre dieß folgender Gestalt zu berichtigen. Nachdem die Seite AD, DE, und der Winkel ADE, sodann EF, FG, GB, mit den Winkeln DEF, EFG, und FGB gemessen, und im Brouillon notirt sind, so giebt die trigonometrische Berechnung aus AD, DE, und ADE die Winkel DAE, AED, und die Seite AE; so findet man auch aus ED, EF, und DEF, die Winkel DFE, EDF, und die Seite DF, so wie aus EF, GF und EFG die Winkel FEG, FGE, dann EG, und aus FG, GB, und

BGF

BGF die Winkel $\overline{BFG}$, $\overline{FBG}$, und $\overline{FB}$;
Ferner ist 180 — BFG — EFG — DFE = OFD, und 180 ADE — EDF = ODF, so dann 180 — OFD — ODF = DOF, sohin Sin. $\overline{DOF}$: DF = Sin. $\overline{ODF}$: OF = Sin. $\overline{OFD}$: OD. Endlich ist OF + BF = OB, und OD + AD = AO, AOD (= DOF) mit OB und AO giebt $\overline{AB}$, und besonders dem Winkel $\overline{OAB}$, den man nach dem Branderischen zu 50′ eingerichteten Sehnen-Maaßstab von A weg gen D und B aussteckt = n Ap, um sodann in gerader Linie von Ap forthauen zu können.

§. 39.

Wenn die Distanz einiger Gegenstände aus einem Fenster, oder Thüre eines Hauses, oder Gartens ꝛc. gemessen worden, die Messung aber auf den Mittelpunkt des Hauses, oder Gartens, von welchem man die Gegenstände nicht sehen konnte, zu reduciren wäre; so giebt es 3 Fälle; nämlich, wenn z. B. der Mittelpunbt c, der Standort am Fenster d, und die äußern Gegenstände a und b ge-

genommen werden; so ist entweder (Fig. 50. num. 1.) d im Triangel acb; oder (num 2.) außer demselben; oder (num. 3.) auf einem der beyden Schenkel ac oder bc.

Im ersten Falle: wenn ad, und bd, dann adb einmal bekannt sind, mißt man den Winkel adc und bdc, dann dc, so findet man aus ad, cd und adc auch acd, cad, und ac, so auch aus bdc, bd und dc den Winkel bcd, cbd, und bc, acd + bcd = acb, und so bestimmt sich der ganze Triangel acb.

Im zweyten Falle: wird aus ad, dc, und adc wiederum ac, dac, und acd gefunden, so wie sich aus bdc, bd und dc auch bc, bcd, und dbc ergiebt, bcd — acd = acb, dieß mit ac und bc bestimmt den △ acb ꝛc.

Im dritten Fall: ist 180 — adb ohnehin = adc, dieß mit ad, und cd giebt acd, cad, und ac, wornach aus acd, ac und bd + cd (= bc) sich der △ acb bestimmt.

§. 40.

Auf einer Ebene kann die Distanz eines unzugänglichen Gegenstandes (z. B. die Breite eines Flusses) am geschwindesten, und so ziemlich genau gemessen werden, wenn man einen Stab senkrecht in die Erde steckt, oben an solchem eine Querleiste einstecket, und diese so lang richtet, bis sie gerade an das jenseitige Ufer weiset, dann dreht man den Stab, doch immer senkrecht, und mit unverrückter Leiste, bis diese an einen Ort hinweiset, dessen Distanz ich messen kann, die der gesuchten gleich seyn wird.

§. 41.

Ist bereits zwischen 3 Gegenständen a b c (F. 51.) jede Distanz sohin der ganze Triangel bekannt, folglich auch seine Winkel, und man sollte die Distanz, den ein gerade auf einer solchen Triangelseite liegender Standort d von den übrigen hat, nur aus den gemessenen Winkeln a d b, und b d c berechnen, so ist 180 — b a d (= 180 — b a c) — a d b = a b d, sodann Sin. a d b : a b = Sin. a b d : a d = Sin. b a d : b d und a c — a d = d c.

§. 42.

§. 42.

Stünde aber der Standort d außer dem Triangel doch im Allignement von einer Triangelseite (Fig. 52.) so ist 180 — bca = bcd, sodann 180 — bcd — bdc = cbd, sohin Sin. bdc : bc = Sin. cbd : cd = Sin. bcd : bd.

§. 43.

Wären aber die 3 bekannten Gegenstände A, B, und C in gerader Linie (Fig. 53.) die Distanz des Standorts D aber aus den gemessenen Winkeln adb, bdc zu suchen; so zeichne man sich im Brouillon (nur um die Ideen leichter in Ordnung zu erhalten, und mit freyer Hand) einen Zirkel um dab, und einen andern um dbc, und bilde sich ihre Mittelpunkte ein in e und f: man wird finden 2 adb = aeb, $\frac{180 - aeb}{2}$ = eab = abe. Diese 3 Winkel mit der Seite ab geben auch ae = be = de. Eben so hat man 2 bdc = bfc, $\frac{180 - bfc}{2}$ = fbc = bcf, und diese 3 Winkel mit bc geben auch bf

=

= c f = d f. Nun ist 180 — a b e — f b c = e b f, dieß mit a b, und b f giebt e f, b e f, und e f b; so findet man auch aus d e, e f, und d f die Winkel d e f, e d f, und e f d: Die gefundenen Winkel e f d, b f e, und b f c zusammen sind = d f c, und weil d f = c f, so ist $\frac{180 - dfc}{2}$ = d c f = c d f, und daraus findet sich desto leichter d c, aus d c, b c, und b d c findet sich aber auch b d; so wie aus b d und a b und a d b, endlich a d.

Ob diese Messungsvortheile der Erfindung eines Snellius, oder Pothenots zu verdanken seyen, mag hier immer ununtersucht bleiben.

Oder (Fig. 54.)

Man bilde sich nur einen Kreis über a d c, und ergänze die Sehne d b bis d e, bilde sich auch die Sehnen a e und c e, so ist a d b (= a d e) = a c e, auch b d c (= e d c) = e a c, 180 — e a c — a c e = a e c. Diese Winkel mit a c geben a e und c e; sodann findet sich auch aus c e, b c und b c e (= a c e) der Winkel b e c = d e c = d a c, 180 — d a c — a d c = a c d und folglich Sin. a d c : a c = Sin. d a c : d c

= Sin.

= Sin. $\underline{acd}$: ad. Auch ist 180 — dac (= ab) — adb = abd. Darum Sin. $\underline{adb}$ b = Sin. $\underline{dab}$: db.

§. 44.

Wäre aber ab = bc, und der Winkel adc = 90° (Fig. 55.) so wäre bd = ab = bc, ad = adb und abd = 180 — 2 adb, cd = bdc, und dbc = 180 — 2 bdc, us welchen Winkeln, und den bekannten Seiten b und bc sich auch ad und cd berechnen lassen.

§. 45.

Steht der unbekannte Standort d einer Seite es bekannten Dreyecks abc gegenüber (Fig. 6.) so zieht man wie oben im Brouillon einen reis dab, und einen andern über dbc, und ndet 2 adb = aeb, 2 bdc = bfc,

$$\frac{80 - aeb}{2} = abe = bae, \frac{180 - bfc}{2}$$

= fbc = bcf. Im Triangel acb kömmt us ab, und den 3 gefundenen Winkeln die Seite e = be = de; so auch im Triangel bfc ie Seite bf = cf = df, ferner ist abc —

abe

$abe - fbc = ebf$: Dieser Winkel mit eb und fb giebt auch $\underline{bfe}$, $\underline{bef}$, und $\underline{ef}$. Wi[...] auch $eb = ed$, $fb = fd$ und $ef = ef$, so ist $\triangle\, ebf = \triangle\, edf$, und $bg = dg$ Der Winkel $bfe = bfg = gfd = efd =$
$\frac{bfd}{2} = bcd$, endlich $180 - bcd - bdc$
$= dbc$. Also Sin. $\underline{bdc} : bc =$ Sin. $\underline{bcd}$:
$bd =$ Sin. $\underline{dbc} : dc$. und $abc - dbc =$
abd, folglich Sin. $\underline{adb} : ab =$ Sin. $\underline{abd}$:
ad.

Oder (Fig. 57.)

Man bilde sich nur einen Kreis um adc (der, wenn der Winkel adc mit abc zusamm[en] über 180° hält, über b hinausgehen wird) man ergänzet also die Sehne db bis de, und bildet ferner die Sehnen ae, und ce; so ist $adb =$ $ade = ace$, und $bdc = edc = eac$, $180 - adc\ (= eac + ace) = aec$. Diese 3 Winkel mit ac geben $\underline{ae}$, und $\underline{ce}$, $ade -$ $acb = bce$, dieser Winkel mit bc und ec giebt auch den Winkel $bec = dec = \underline{dac}$,

o — dac — adc = acd, und Sin. adc :
c = Sin. acd : ad = Sin. dac : dc.
dlich dac + bac = dab, wornach Sin.
db : ab = Sin. dab : db.

nm. Hat der Winkel adc mit abc unter 180°, so gehet der Winkel b (Fig. 58.) über den Kreis hinaus, und dann ist auch adb = ade = ace, bdc = edc = eac, 180 — eac — ace = aec. Diese Winkel mit ac geben ae und ce; acb — ace = ecb; dieser mit ec und bc giebt bec und ebc = dbc, 180 — bdc — dbc = bcd, sohin Sin. bdc : bc = Sin. bcd : bd = Sin. dbc : dc. Hernach 180 — bec = dec = dac, 180 — adc — dac = acd folglich Sin. adc : ac = Sin. acd : ad.

§. 46.

Wäre aber (Fig. 59.) der unbekannte Stand- rt d einem Winkel des bekannten Dreyecks ge- enüber; so bildet man sich wieder einen Kreis ber dab, und einen andern über dbc, und hre Mittelpunkte in e, und f; so ist 2 adb = aeb, 2 bdc = bfc, $\frac{180 - aeb}{e}$ =

eab

eab = abc, und $\frac{180 - bfc}{2}$ = fbc =
bcf, man findet also im △ aeb auch ae =
be = de, und im △ bfc die Seite bf =
cf = df. Endlich 360 — abe — abc — cbf
= ebf. Dieser Winkel mit eb, und fb giebt
auch $\underline{bef}$, $\underline{bfe}$, und $\underline{ef}$, weil nun eb =
ed, bf = df, und ef = ef, so ist △ ebf
= edf, und der Winkel bfe = dfe =
$\frac{bfd}{2}$ = bcd, und 180 — bcd — bdc
= dbc folglich Sin. $\underline{bdc}$: bc = Sin. $\underline{dbc}$:
dc = Sin. $\underline{bcd}$: bd. Sodann ab : Sin.
$\underline{adb}$ = bd : Sin. $\underline{bad}$, 180 — bad —
adb = abd, also Sin. $\underline{adb}$: ab Sin. $\underline{abd}$: ad.

Oder (Fig. 60.)

Man bilde nur einen Kreis um adc, verlängere db zur ganzen Sehne de, ziehe auch ae, und ce, so ist adb = ade = ace und bdc = edc = eac, 180 — adc = aec. Diese Winkel $\underline{ac}$ geben mit $\underline{ae}$ und cea, ce + acb = ecb. Diese mit ec und bc giebt $\underline{bec}$ = dec = $\underline{dac}$, 180 —

— dac — adc = acd, sodann Sin. $\underline{acd}$: ac = Sin. $\underline{dac}$: dc = Sin. $\underline{acd}$: ad; endlich dac — bac = dab, und 180 — dab — adb = abd, also Sin. $\underline{adb}$: ab = Sin. $\underline{dab}$: db.

§. 47.

Wenn der Standort d innerhalb dem bekannten Dreyeck abc liegt, so hilft auch da ein Kreis um adc, und bdc deutlicher erkennen, (Fig. 51.) wie der Winkel bch = 90°, und bhc = 180 — bdc sey. Nun ist 180 — bch — bhc = cbh, also Sin. $\underline{bhc}$: bc = Sin. $\underline{cbh}$: ch = Sin. $\underline{bch}$: bh, und $\frac{bh}{2}$ = be = he = ce = de. Weiter ist bhc = ehc = ech, also 180 — 2 ech = ceh, bch — ech = bce = cbe, und 180 — ceh = bec. So ist auch andrerseits 360 — 2 adc = afc und $\frac{180 - afc}{2}$ = fac = acf, also Sin. $\underline{afc}$: ac = Sin. $\underline{fac}$: fc = fa = fd. Endlich ist auch acf + acb + bce = fce,

die-

dieser Winkel mit fc und ec giebt auch den Winkel fec = $\frac{1}{2}$ dec (weil de = ce und df = cf) = dbc, und weil 180 — dbc — bdc = bcd, so ist Sin. bdc : bc = Sin. dbc : dc = Sin. bcd : bd; hernach ac : Sin. adc = dc : Sin. dac, und 180 — dac — adc = acd, endlich Sin. adc : ac = Sin. acd : ad.

Oder (Fig. 62.)

Man zieht den Kreis nur um bdc, verlängert ad bis ah, und zieht die Sehnen bh, ch, so ist 180 — adb = bdh = bch, und 180 — adc = hdc = hbc, sodann 180 — hbc — bch = bhc, also Sin. bhc : bc = Sin. cbh : ch = Sin bch : bh. Nun ist acb + bch = ach, dieß mit ac und hc giebt hac = dac, und ahc = dhc = dbc; sodann ist 180 — adc — dac = acd, acb — acd = dcb, abc — dbc = abd, bac — dac = bad; man hat also in jedem der 3 Triangeln adb, bdc, und adc eine bekannte Seite, und alle

Win-

Winkel, woraus sich sodann auch a d, b d, und c d leicht berechnet.

§. 48.

Könnte man (Fig. 63.) vom Standort d zwar nach a und b, und e, nicht aber nach c, von e aber nach b und c, nicht aber nach a sehen, d e aber der Seite a c gegenüber, und im Allignement mit d b messen; so bilde man sich im Brouillon die Kreise über a d b, und b e c mit deren Mittelpunkten f, und g; so sieht man $bf = df = hf$ und $cg = bg = hg$, auch $bdh = \frac{1}{2}\, bfh = gfh = ifh$; so ist auch $beh = \frac{1}{2}\, bgh$ (dermal ausspringend genommen) $= igh$, und $180 - igh = fgh = 180 - beh = hed$; weil nun in den $\triangle\,\triangle$ hfg und deh die Winkel $gfh = bdh = edh$, und $fgh = deh$, so ist auch $fhg = dhe$. Also $\triangle\, fgh \backsim \triangle\, deh$, und $\text{Sin.}\, \underline{dhe} : de = \text{Sin.}\, \underline{deh} : dh = \text{Sin.}\, \underline{edh} : eh$. Ferner ist $2\, adb = afb$, und $\frac{180 - afb}{2} = fab = abf$, folglich $\text{Sin.}\, \underline{afb} : ab = \text{Sin.}\, \underline{abf} : af = bf$

$= df = hf$. Im $\triangle\, dfh$ ergeben sich aus den 3 gefundenen Seiten df, hf, und hd auch die Winkel $\underline{dfh}$ und $\underline{fdh} = fhd$; sodann ist $360 - afb - 2gfh\ (= bfh) - dfh = afd$, oder $adb + edh\ (= adh) - fdh = adf = daf$ und $180 - 2daf = afd$, also Sin. $\underline{daf} : df =$ Sin. $\underline{afd} : ad$. Weiter $daf + fab = dab$, also Sin. $\underline{adb} : ab =$ Sin. $\underline{dab} : db$ endlich $db - de = eb$ und $cb :$ Sin. $\underline{ceb} = eb :$ Sin. $\underline{ecb}$, $180 - ecb - bec = ebc$, also Sin. $\underline{bec} : bc =$ Sin. $\underline{ebc} : ec$.

§. 49.

Wäre aber (Fig. 64.) die zu messende Distanz de einem Winkel des bekannten Dreyecks abc gegenüber, und von d nach a und b, nicht aber nach c, von e nach b und c nicht aber nach a zu sehen; so mißt man de und die Winkel adb, bec, zieht im Brouillon die Kreise abd, und bec, bemerkt ihre Mittelpunkte f und g, und jeden Radius af, bf, df, hf, bg, cg, eg, und hg; so findet man $2adb = afb$, und $\frac{180 - afb}{2} = fab = abf$ also Sin.

afb : ab = Sin. fab : fb = fa = fd = fh, so auch 2 bec = bgc, $\frac{180 - bgc}{2}$ = gbc = gcb, also Sin. bgc : bc = Sin. gbc : gc = gb = ge = gh; 360 — abc — abf — gbc = fbg, so mit fb, und gb auch bfg und bgf giebt; weil aber bg = hg und bf = hf, so ist bfg = gfh = ½ bfh = bdh. Der Winkel beh hat den halben Bogen bcmh = bcm zu seinem Maaß, ist also beh = bgm, folglich 180 — bgm = bgf = 180 — beh = deh; da nun edh = bfg, deh = bgf, so ist auch ehd = fbg, daraus sind auch eh, und dh bekannt; die bekannt gewordenen Seiten df, hf, und dh geben also die Winkel fdh, dfh, und dhf. Es ist aber fdh — ade — edh = fda = fad, und 180 — 2 fad = afd, also Sin. fad : fd = Sin. afd : ad. Endlich ab : Sin. adb = ad : Sin. abd, und dann 180 — adb — abd = dab, also Sin. adb : ab = Sin. dab : db; db — de = eb; 360 — abc — abd = ebc, 180 —

ebc — bec = bce, also Sin. bec : bc = Sin. ebc : ec.

50. §.

Wenn innerhalb des bekannten Dreyecks abc (Fig. 65.) von d nach a und b, nicht aber nach c, von e nach b und c, nicht aber nach a gesehen, wohl aber de im Allignement db gemessen werden kann, so werden die Winkel adb, bec, und die Seite de gemessen, die Kreise adb, und bec gezogen, ihre Mittelpunkte f und g angenommen, und jeder Radius af, df, bf, hf dann bg, eg, cg, hg angemerkt; wornach 2 adb = afb, $\frac{180 - afb}{2}$ = abf = baf, daraus Sin. afb : ab = Sin. baf : bf = af = df = hf, so auch 360 — 2 bec = bgc, $\frac{180 - bgc}{2}$ = cbg = bcg, also Sin. bgc : bc = Sin. cbg : cg = bg = eg = hg. Sodann ist abc + cbg — abf = fbg, somit bg und fb auch giebt, bfg und bgf. Weil aber bg = gh, und

bf

bf = fh, so ist bfg = hfg = $\frac{1}{2}$ bfh = bdh = edh, wornach das weitere schier wie oben folgt.

§. 51.

Wäre aber de nicht im Allignement von db, sondern schief; so würde die Auflösung meist noch leichter seyn, und ob nun die bekannte Linie de innerhalb dem bekannten Dreyeck abe, oder einer Seite, oder einen Winkel desselben entgegen läge, nur mit wenig Abänderung schier immer die nämliche bleiben.

§. 52.

Die Frage, wie man denn allemal gleich wissen könne, ob (z. B §. 50.) der Winkel bgc = 360 — 2 bec, oder nur = 2 bec sey? löset sich daraus auf; ob bec > oder < 90° sey, im ersten Falle ist bge = 360 — 2 bec, im 2ten aber ist bgc = 2 bec.

§. 53.

Zum mehr fassenden Beyspiel diene Fig. 66, wo der △ ABC als bekannt, auch immer solchem d und e als bereits nach §. 44. bestimmt angenommen wird. Nun sollten auch die Orte

f,

f, g, h, i, k, l, m, n, o damit in der Karte verbunden werden. Hätte man aus d und e den Ort f übersehen, sieht aber in f selbst nach d, e, und c, so bestimmen sich die △ △ d f e, e f c, und d f c, also auch f leicht.

Findet man in g die Winkel A g d, d g e, so ergiebt sich aus dem gesehenen △ A d e auch der △ A g d, d g e, und A g e: oder es bestimmet sich g.

Wenn h im Allignement A g den Winkel d h a giebt, so bestimmt sich der △ A h d, sohin h, also auch der △ h B d.

Der Standort i bestimmt sich aus dem Triangel A B d, wie g aus A d e, also auch der △ i B d.

K bestimmt sich aus den Winkeln k i B, i k B, und der gefundenen Seite i B.

L bestimmt sich aus dem △ B d c, wie g aus A d e.

M bestimmt sich aus dem △ e l c, dieser aber ehevor aus den gefundenen Seiten e c, l c, und den gefundenen Winkeln e c B + B c l = e c l.

N

N aus dem △ l M c, endlich

O aus der gefundenen Seite m n, und den Winkeln m o n, m n o.

§. 54.

Derley Vermessungen sollen aber mit möglichst guten meßingenen Winkelscheiben, so gute Fernröhre, und Micrometers haben, geschehen, auch die Genauigkeit dieses Instrumentes öfters, wenigst alle Arbeitstage geprüft, die Fehler, wo nicht alsogleich verbeßert, doch auf der Stelle also genau untersucht werden, daß sie sich berechnen, sohin in Anschlag bringen lassen. Die Bussole würde eines der bequemsten Instrumente zu derley Gegend Aufnehmungen seyn, wenn sie a) die Winkel in Minuten, und Secunden so genau, als die Scheibe angeben könnte, b) wenn sie, da die Nadl nicht fleißig spielt, nicht unzuverläßig, spielt sie aber sehr frey, ihre Ruhe kaum zu erwarten, und die erwartete kaum zu erhalten, und c) Wenn ihre Abweichung selbst nicht unbeständig und ungleich wäre, d) wenn ihre gehörige Richtung nicht durch den Wind, durch unmerklich genähertes Eisen, selbst durch die Beschaffenheit des Grundes litte, da z. B. der tonigte seiner ent-

hal-

haltenen mehreren Eisentheilen halber ihr gefährlicher, als der Sandigte zu seyn pflegt ꝛc. Indessen, wo die Arbeit Eile hat, der zu messende Terrain nicht zu groß ist, auch die Vermessung selbst nicht die möglichste Genauigkeit erfordert (wie z. B. in eiligen Vermessungen der zu Lagern bestimmten Flächen) wird ihr Gebrauch vor andern empfohlen, weil sie Bequemlichkeiten verschaft, die man bey andern Instrumenten vermisset.

§. 55.

Diese Aufgaben verdienen ihres ausgebreiteten Gebrauches halber, und besonders, weil sie die Fertigkeit des Geometers schärfen, mehrfache Uebung, worinn sich zeigen wird, wie dabey auch andere umliegende Gegenstände, ohne solche zu betretten, mit in Verbindung gebracht, und Situationen gleichsam spielend aufgenommen werden können, deren Aufnahme der mancherley HinderNissen halber oft zu schwer, scheinen. Und wie sich die Arbeit, je größer sie ward, immer erleichtere, weil bey mehreren schon bekannten Gegenständen man sich immer jene 3, oft auch nur 2 Gegenstände aussuchen kann, die am wenigsten stumpfe, oder spizige Winkel geben, oder wobey man

sich

sich die leichtere Auflösung wählen, und an den übrigen mit nachgesehenen Stationen rectificiren mag. Das Detail eines solchen Plans kann sodann mit der Mensul besonders aufgenommen werden, welche Arbeit aber sich in Betref der Richtigkeit immer an das schon trigonometrisch gefundene Skelet halten muß. Rathsam ist es auch den △ abc sich so genau bekannt zu machen, und ihn so groß zu nehmen, als möglich, und nicht nur jede Seite, sondern auch alle 3 Winkel wirklich, und 2mal zu messen, um zu sehen, ob ihre Summe = 180 sey; so lange dieß um etliche Minuten fehlt, ist mit der übrigen Arbeit nicht anzufangen. Ein kleinerer Fehler aber mag unter alle 3 Winkel eingetheilt werden. Selbst die übrigen Winkel, die auch umgangen werden könnten, sollten darum, wenn sie können, doch allemal gemessen werden. So, glaube ich: würde auch die Vermessung ganzer Länder (und etwa mit weniger Mühe, als nach Bugge die Vermessung Lieflands mittels der durchs ganze Land gemessenen mehreren Parallellinien geschah) gut geschehen können, wenn z. B. ehevor alle Strassen, Flüsse, und die erhabenen Gegenstände trigonometrisch aufgenommen, und in Plan gelegt, die Zwischenflächen aber dann erst mit der

der Mensul bearbeitet würden, bey welchen, da sie ihre schon angewiesene Schranken hätten, ein Fehler nie sich ins Ganze erstrecken könnte.

§. 56.

Noch will ich den von einem ungenannten Author gemachten Vorschlag anführen, wie man, statt des Meßcompasses, oder des Rückvisirens bey der Orientierung der Mensul sich zu bedienen, sich mit einer Sonnenuhr behelfen könnte.

Man nehme eine Horizontal-Sonnenuhr von einem Radius zu etwa $\frac{1}{2}$ Schuhe, suche auf solcher mittels mehreren conzentrischen, und gleich weit entferneten Bogen, und Querabtheilungen, nach Art einer Skale, die Stunden in Minuten abzutheilen. Man nehme auch eine übrigens gute Taschenuhr (ob sie so eben mit der Ortsuhr zutreffe, oder nicht, thut nichts zur Sache, wenn sie nur übrigens den gehörigen äqualen Gang behält) bey der ersten Station richte, und befestige man die Mensul, daß a auf A so angebracht werde, daß man für die übrigen Stationen den gehörigen grossen Raum auch finden möge. Lege sodann die Sonnenuhr auf, und drehe sie so lang, bis der

Schatte

Schatte auf jene Stunde, und Minute zeigt, so der Zeiger der Taschenuhr giebt; ziehe auf der Mensul nach Richtung der Sonnenuhr eine Meridionallinie, hebe nun die Uhr weg, visire von a nach B, messe AB, und trage es verjüngt auf = ab, trage die Mensul in B, stelle solche, nachdem die Uhr wieder an die Meridionallinie gelegt ist, so, daß b auf B steht, und zugleich der Schatte die nämliche Stunde, und Minute anzeigt, die er vermög wieder besehener Taschenuhr zeigen soll, befestige sodann die Mensul, und sie ist orientirt. So verfährt man bey jeder Station.

Anm. Der Einwurf, daß diese Methode ohne Sonnenschein nicht anwendbar sey, wäre eine überflüßige Erinnerung; und selbe ward auch nicht beschrieben, um sie gleich vorzüglich anzurathen, da sie nicht ohne anderer Unbequemlichkeiten ist. Dennoch schien es gut, zu zeigen, wie reich der Geometer an Hilfsmitteln, und Vortheilen sey, und daß er so selbst die Abweichung der Magnetnadel bestimmen könne.

§. 57.

Wie die Differenzen der Augenwinkel, die möglichste Zuverläßigkeit der Instrumenten gesucht, berechnet, benützet werden sollen, muß Kürze halber

der die Verweisung an die Werke Tobias Mayrs, und Elias Schulzens Handbüchlein erweitert von Leonhard Späth, so andere geschehen.

§. 58.

Sollte eine Fläche in mehrere gleiche, oder ungleiche Theile abgetheilt, oder deren Theile verändert werden, so ist vor allem die ganze Fläche aufzunehmen, um jene Arbeit auf dem Plan nach der im 1sten Theil schon vorkommenden Anweisung zu leisten, wornach sie leicht im nämlichen Verhältniß auf dem Felde vorgenommen wird. Vor solcher Abtheilung des Planes, wenn z. B. eine Waide, oder Feldung in Gemeindstheile abzutheilen wäre, ist ehevor

1mo. Von den Eigenthümern, oder andern Disponenten, die Bestimmung zu erholen, ob der ganze Grund in gleich- oder ungleich guten Stand angenommen werde, und letztern Falls, welches Verhältniß des schlechtern gegen den bessern beliebig sey?

2do. Welche Richtung die Theile haben sollen? und ob solche z. B. alle an den Weg, Fluß rc stossen sollen?

3tio. Ob solche Theile durch das Loos nachhin ausgeworfen werden, oder ob sie gleich vom Geometer den Theilhabern nach der Länge ihrer übrigen angränzenden sonderheitlichen Gründen auszuzeigen gesucht werden sollen?

4to. Ob die Theile aller Theilhaber gleich groß, oder nur im Verhältniß, und in welchem seyn sollen: z. B. nach dem Hoffuß, Steuerfuß, Viehstand, oder festgesetzten Klassen? wobey der Geometer auch allenfalls das gute, und das schwere jeder Art erklären kann. Wie z. B. bey der dergleichen Abtheilung der grössere Mitgemeiner zu verlieren, der kleinere zu gewinnen scheine; wie entgegen bey dem Maaße des Hoffusses, Steuerfußes, Viehstandes rc. der grössere zu groß, der kleinere gar zu klein würde, diese nicht mehr bestehen, jener sein Gut nicht halten könnte. Wie man die Klassen (z. B. wenn die Theilhaber in große, mittlere, und kleine getheilt, dem kleinen 1, dem mittlern 2, dem großen 3 Theile zugewiesen würden) als weniger schädlich, und der Billichkeit mehr angemessen ansehen könnte rc. Alle derley Erinnerungen aber soll der Geometer, dessen Sache es ohnehin nicht so fast ist, vom Rechte zu reden, als das Verlangte zu bemessen, nicht aufdringen,

gen, sondern gleichsam nur als befragt für seine Meynung, und Rath angeben. 2c. Er hüte sich, Fragen, deren Beantwortung schon zu sehr ins Recht gehen, zu entscheiden: Z. B. Ob denn wirklich der Bauer eigentlich mehr Recht als der Söldner in der Gemeinde habe? ob letzterer rücksichtlich des geringern Nutzens, den er vom Gemeindeboden zog, nicht eigentlich so schwere Bürde als der Bauer trug? ob die herrschaftlichen Abgaben von der Gemeindsgerechtigkeit oder vielmehr von den Gütern getragen werden, also hier keine Bestimmung geben können? ob nicht am Ende dem Söldner auch weniger Wasser als dem Bauern vom Gemeindsbrunnen zu gebühren scheinen würde? ob der Vorschlag so gefährlich wäre, daß man jedem Bauern, bey einer Theilung gerade so viel Boden vom **Gemeinen** (nicht wie die Bauernsprache lautet), vom Bauerngrund zumessen könnte, als er zu **bequemer** und **reicher** Beschlagung seines **dermaligen** Viehstandes nöthig hat, all übriges aber den kleinern zu ihrer Verbesserung zugelegt würde? ob nicht dadurch viele Noth gehoben, das Land blühender, sogar die Zahl der Familien und Häuser größer gemacht, der schlafende Reichthum des Landes merklich aufgeweckt würde, ohne daß der Bauer — außer bey beleidigtem Stolz oder Neid — sagen

sagen könnte, dabey eigentlich was verlohren zu haben. Doch wie gemeldet: solche Fragen warten nicht auf die Entscheidung des Geometers.

Vom Nivelliren.

§. 59.

Nivelliren heißt einen schiefliegenden, unebenen Boden abwägen, oder bemessen, um wieviel er allenthalben vom Horizont eines angenommenen Standpunktes abweiche. Es dient, um ungleiche, oder abhängige Flächen planirien, die Tiefe eines Grabens, oder Höhe der aufzutragenden Erde zum Zug oder Sperrung eines Wassers ꝛc. ausstecken zu können ꝛc.

§. 60.

Die besondere Instrumente dazu können seyn, eine Bleywage, Setzwage, oder Wasserwage (niveau) und 2 senkrecht zu stellende, und eine Querlatte (nach 2ten Theil §. 13. n. 2.) dann mehrere, numerirte, kleinere Absteckstäbe von etwa 2 Schuh Länge. Die 2 senkrecht zu stellende größern Stangen werden in gleicher Höhe (z.B. von etwa 4 Schuhen) mit

mit einem rothen Querstrich (so der künftige Normalstrich ist) bemerkt, die Absteckstäbe haben etwa 3 Zoll unter dem obern Ende einen gleichfalligen Querstrich. Endlich braucht man auch ein Bleyloth. Die Arbeit ist folgende.

Der Träger mit der Stange A stellet solche an einem Normalplatz (das ist an jenem, nach dessen Höhe, oder Tiefe alle übrigen bemessen werden sollen) in a mittels angehängten Bleyloth senkrecht, so auch der Träger mit der Stange B in b, doch so, daß jeder die Querlatte an einem Ende an seine Stange so ansetze, daß der Träger A solche allemal an dem Normalstrich, der Träger B aber dorthin halte, wo sie vermög der vom Geometer aufgelegten Wage horizontal ist; da macht der Träger b einen Strich mit dem Bleystift mit dem Zeichen 1, und mißt, wie weit solcher unter, oder über den Normalstrich sey (z. B. 3 Zolle) steckt auch in b den Absteckstab Nro 1 ein, nachdem er ehevor unter oder über dessen Normalstrich die nämliche Distanz 3 Zolle mit Ziffern angemerkt, und eben dieß in seiner Tabelle aufgezeichnet hat. Nach diesem sucht man entweder, je nachdem es das Geschäft erfordert, um a herum noch derley andere Punkte zu bestimmen, oder man geht mit

der

...lich des ...al... ...tes		Abzugraben.		Aufzuschütten.	
tiefer					
...chuhe	Zolle	Sch.	Z.	Sch.	Z.
—	—	—	—	—	—
—	—	—	6	—	—
—	—	—	10	—	—
—	—	—	2	—	—
—	3	—	—	—	3
—	—	1	1	—	—
—	—	1	2	—	—
—	—	—	4	—	—
—	9	—	—	—	9

mit einem rothen Querstrich (so der künftige Normalstrich ist) bemerkt, die Absteckstäbe haben etwa 3 Zoll unter dem obern Ende einen gleichfalligen Querstrich. Endlich braucht man auch ein Bleyloth. Die Arbeit ist folgende.

Der Träger mit der Stange A stellet solche an einem Normalplatz (das ist an jenem, nach dessen Höhe, oder Tiefe alle übrigen bemessen werden sollen) in a mittels angehängten Bleyloth senkrecht, so auch der Träger mit der Stange B in b, doch so, daß jeder die Querlatte an einem Ende an seine Stange so ansetze, daß der Träger A solche allemal an dem Normalstrich, der Träger B aber dorthin halte, wo sie vermög der vom Geometer aufgelegten Wage horizontal ist; da macht der Träger b einen Strich mit dem Bleystift mit dem Zeichen 1, und mißt, wie weit solcher unter, oder über den Normalstrich sey (z. B. 3 Zolle) steckt auch in b den Absteckstab Nro 1 ein, nachdem er ehevor unter oder über dessen Normalstrich die nämliche Distanz 3 Zolle mit Ziffern angemerkt, und eben dieß in seiner Tabelle aufgezeichnet hat. Nach diesem sucht man entweder, je nachdem es das Geschäft erfordert, um a herum noch derley andere Punkte zu bestimmen, oder man geht mit

der

…lich des …al- …tes		Abzugraben.		Aufzuschütten.	
tiefer					
Schuhe	Zolle	Sch.	Z.	Sch.	Z.
—	—	—	—	—	—
—	—	—	6	—	—
—	—	—	10	—	—
—	—	—	2	—	—
—	3	—	—	—	3
—	—	1	1	—	—
—	—	1	2	—	—
—	—	—	4	—	—
—	9	—	—	—	9

mit einem rothen Querstrich (so der künftige Normalstrich ist) bemerkt, die Absteckstäbe haben etwa 3 Zoll unter dem obern Ende einen gleichfalligen Querstrich. Endlich braucht man auch ein Bleyloth. Die Arbeit ist folgende.

Der Träger mit der Stange A stellet solche an einem Normalplatz (das ist an jenem, nach dessen Höhe, oder Tiefe alle übrigen bemessen werden sollen) in a mittels angehängten Bleyloth senkrecht, so auch der Träger mit der Stange B in b, doch so, daß jeder die Querlatte an einem Ende an seine Stange so ansetze, daß der Träger A solche allemal an dem Normalstrich, der Träger B aber dorthin halte, wo sie vermög der vom Geometer aufgelegten Wage horizontal ist; da macht der Träger b einen Strich mit dem Bleystift mit dem Zeichen 1, und mißt, wie weit solcher unter, oder über den Normalstrich sey (z. B. 3 Zolle) steckt auch in b den Absteckstab Nro 1 ein, nachdem er ehevor unter oder über dessen Normalstrich die nämliche Distanz 3 Zolle mit Ziffern angemerkt, und eben dieß in seiner Tabelle aufgezeichnet hat. Nach diesem sucht man entweder, je nachdem es das Geschäft erfordert, um a herum noch derley andere Punkte zu bestimmen, oder man geht mit

…lich des …al- …tes tiefer		Abzugraben.		Aufzuschütten.	
…chuhe	Zolle	Sch.	Z.	Sch.	Z.
—	—	—	—	—	—
—	—	—	6	—	—
—	—	—	10	—	—
—	—	—	2	—	—
—	3	—	—	—	3
—	—	1	1	—	—
—	—	1	2	—	—
—	—	—	4	—	—
—	9	—	—	—	9

mit einem rothen Querstrich (so der künftige Normalstrich ist) bemerkt, die Absteckstäbe haben etwa 3 Zoll unter dem obern Ende einen gleichfalligen Querstrich. Endlich braucht man auch ein Bleyloth. Die Arbeit ist folgende.

Der Träger mit der Stange A stellet solche an einem Normalplatz (das ist an jenem, nach dessen Höhe, oder Tiefe alle übrigen bemessen werden sollen) in a mittels angehängten Bleyloth senkrecht, so auch der Träger mit der Stange B in b, doch so, daß jeder die Querlatte an einem Ende an seine Stange so ansetze, daß der Träger A solche allemal an dem Normalstrich, der Träger B aber dorthin halte, wo sie vermög der vom Geometer aufgelegten Wage horizontal ist; da macht der Träger b einen Strich mit dem Bleystift mit dem Zeichen 1, und mißt, wie weit solcher unter, oder über den Normalstrich sey (z. B. 3 Zolle) steckt auch in b den Absteckstab Nro 1 ein, nachdem er ehevor unter oder über dessen Normalstrich die nämliche Distanz 3 Zolle mit Ziffern angemerkt, und eben dieß in seiner Tabelle aufgezeichnet hat. Nach diesem sucht man entweder, je nachdem es das Geschäft erfordert, um a herum noch derley andere Punkte zu bestimmen, oder man geht mit

…lich des …al- …tes		Abzugraben.		Aufzuschütten.	
tiefer					
…chuhe	Zolle	Sch.	Z.	Sch.	Z.
—	—	—	—	—	—
—	—	—	6	—	—
—	—	—	10	—	—
—	—	—	2	—	—
—	3	—	—	—	3
—	—	1	1	—	—
—	—	1	2	—	—
—	—	—	4	—	—
—	9	—	—	—	9

mit einem rothen Querstrich (so der künftige Normalstrich ist) bemerkt, die Absteckstäbe haben etwa 3 Zoll unter dem obern Ende einen gleichfälligen Querstrich. Endlich braucht man auch ein Bleyloth. Die Arbeit ist folgende.

Der Träger mit der Stange A stellet solche an einem Normalplatz (das ist an jenem, nach dessen Höhe, oder Tiefe alle übrigen bemessen werden sollen) in a mittels angehängten Bleyloth senkrecht, so auch der Träger mit der Stange B in b, doch so, daß jeder die Querlatte an einem Ende an seine Stange so ansetze, daß der Träger A solche allemal an dem Normalstrich, der Träger B aber dorthin halte, wo sie vermög der vom Geometer aufgelegten Wage horizontal ist; da macht der Träger b einen Strich mit dem Bleystift mit dem Zeichen 1, und mißt, wie weit solcher unter, oder über den Normalstrich sey (z. B. 3 Zolle) steckt auch in b den Absteckstab Nro 1 ein, nachdem er ehevor unter oder über dessen Normalstrich die nämliche Distanz 3 Zolle mit Ziffern angemerkt, und eben dieß in seiner Tabelle aufgezeichnet hat. Nach diesem sucht man entweder, je nachdem es das Geschäft erfordert, um a herum noch derley andere Punkte zu bestimmen, oder man geht mit

der

Im II. Theil zu §. 60. pag. 225.

Standort.	Ist rücksichtlich seines nächst hervorgehenden				Also rücksichtlich des Normal-Standortes				Abzugraben.		Aufzuschütten.	
	höher um		tiefer		höher		tiefer					
	Schuhe	Zolle	Schuhe	Zolle	Schuhe	Zolle	Schuhe	Zolle	Sch.	Z.	Sch.	Z.
Normal.	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
1ster von jenem	—	6	—	—	—	6	—	—	—	6	—	—
2ter . . .	—	4	—	—	—	10	—	—	—	10	—	—
3ter . . .	—	—	—	8	—	2	—	—	—	2	—	—
4ter . . .	—	—	—	5	—	—	—	3	—	—	—	3
5ter . . .	1	4	—	—	1	1	—	—	1	1	—	—
6ter . . .	—	1	—	—	1	2	—	—	1	2	—	—
7ter . . .	—	—	—	8	—	4	—	—	—	4	—	—
8ter . . .	—	—	1	3	—	—	—	9	—	—	—	9

und so fort.

Anmerkung. Der Schuh zu Dezimal-Zollen gerechnet.

der Stange A nach b, mit B nach c der Stangenträger B verhält sich bey c wie bey b, und der Stangenträger A hält nur die Querlatte an den Normalstrich, jener bemerkt also auch den Merkstab mit der gefundenen Höhe, oder Tiefe, und steckt ihn ein, und der Geometer notirts in seiner Tabelle, und so werden die weitern Standorte bestimmt. Zum nähern Begriff mag folgendes Beyspiel als Vorschlag zu einer derley Tabelle dienen. *

(Die gegenüber zu finden.)

§. 61.

Hätte man die Abzapfung, Austrocknung, und Kultur eines nassen Grundes (Mooses) vor, und solche könnte durch die ohnehin selten mögliche Seigerung (Durchstechung des unter der Nässe liegenden Tones) nicht, sondern nur durch auswärtige Ableitung der Nässe in tiefere Lagen bewerkstelliget werden; so wäre, wenn z. B. (Fig. 67.) die tiefere Lage gegen den Fluß sich fände

1mo Das Moos an mehreren Stellen seiner Mitte zu sondiren, wie tief es sey, bis solide Erde, Kies, oder Ton rc. sich fände; so durch Erdborer, die nöthigen Falls auf eingelegten Flözzen in das Moos gebracht, und gebraucht werden

 könn-

könnten, sich bald ergäbe. Der tiefste Grund wäre nun als der Normal = Standort anzusehen.

2do Von diesen hin wäre, um die Arbeit, und Kosten zu menagiren, immer der niedrigeren Lage nach, dem Fluß zu, auch durch kleine Umwege, auszustecken, wieviel Erde ausgegraben werden müßte, um einen mit dem Grund des Normalorts gleich tiefern Graben herzustellen.

3tio Von 20 zu 20' wäre der Grabentiefe etwa 1 Zoll zuzugeben, um dem Wasser leichtern Abzug zu verschaffen.

4to. Fände es sich aber, daß, so der Graben am Ende M tiefer, als der Fluß selbst, der die Moosnässe empfangen, und abführen soll, wäre, so muß entweder dem Graben weniger Abzug gegönnet werden, oder es ist, wenn auch dieß nicht hinreicht, wirklich eine tiefe Grube oder Graben, zur Sammlung, Erhaltung, Ausdünstung, oder selbst zur spätern Benützung dieses Wassers, (das, wenn es die schädlichen Theile durch Gährung verlohren hat, wieder als gute Feuchtigkeit dient) gemacht werden. Will oder kann man aber all dieß nicht thun, so ist von

der

der Arbeit vorhin abzustehen, weil man nur einen neuen Sumpf schaffen würde.

5to. Außer dem mag auch, wenn das Moos seine Nässe durch einen merklichen, verbundenen, auswärtigen, oberirrdischen Zufluß erhält, solcher gleich oberhalb dem Moos abgeleitet werden, und bey D durch anderwärtige Gräben eine eine unschädlichere Leitung bekommen.

6to. Pflegt die Nässe nur von umliegenden Anhöhen unkenntlich sich zusamm zu setzen, so ist solches auch ringsum mit Gräben zu versehen, die solche Nässe, ehe sie wieder ins Moos tretten kann, unten bey E in den Hauptgraben bringen.

7mo. Sowohl diese Seiten- als der Hauptgraben können wieder kleinere rückwärts sich endigende Gräben, oder Aerme b b b erhalten, die die Nässe besser dem gräßern Graben zuführen, nach erlangter Austrocknung aber wieder eingeworfen werden sollen.

8vo. Alle, besonders die Seiten- und Hauptgräben, sollen eine merkliche Skarpirung erhalten, das ist; oben weiter, als unten seyn, daß sie sich leichter erhalten, und nicht einfallen.

9no. Auch sollen sie, besonders der Hauptgraben, eher zu weit, als zu enge angetragen, und z. B. ein Graben der 8 Schuhe tief seyn müßte, oben 16 bis 18 breit werden: weil man, sobald die Nässe abzieht, und das Moos sinkt, sehen wird, daß er sich schon selbst verenge.

10. Die Bestandtheile des Moosgrundes selbst sind zu untersuchen: ob nicht Torf daraus gezogen werden könnne? oder, ob die Kultur, und wie dabey am beßten, und wohlfeilsten anzubringen sey? denn es giebt Moosgründe, die für sich, wenn nicht die gute Erde erst darauf geführt wird, gar keine Kultur annehmen, und auch nicht einmal zu Torf sich benützen lassen: wo also ihre Kultur nach Beschaffenheit der Lage, und Umstände auf mehr als 5 bis 6 hundert Gulden vom Tagwerk zu stehen käme, welches Geld sich etwa auf bloße Meliorirung schon trocken vorhandener, bloß öder Gründe mit mehr Nutzen verwenden ließe.

11mo. Die Graben-Arbeit muß, wie sich selbst versteht, unten am Fluß, doch nicht gleich an selbem, sondern bey F etwa 10 Schuhe entfernt, angefangen, und gegen dem Moos zu

fort-

fortgesetzt werden, dessen Nässe indessen durch einen Damm gesperrt bleibt, bis man es durch den bis über E fertigen Hauptgraben, nachdem ehevor auch F geöffnet ist, zum Theil ablassen kann, um den Graben leichter durch das Moos fortsetzen zu können.

12mo. Muß, und kann man aus der Nähe mit Vortheil etwa von einem abgegrabenen Hügel Erde ins abgezapfte Moos geführt werden, so scheint die kiesigte, der Wärme und Schwere halber, nützlich zu seyn, auf die sodann erst die von E bis F aus dem Graben gekommen, wenn sie gut befunden wird, kommen mag.

13tio. Das auf dem Moose etwa befindliche Holz, und Gebüschewerk muß sammt den Wurzeln herauskommen, so leichter, wenn das Moos noch einige Nässe hat, als nach der vollen Austrocknung geschieht.

14to. Finden sich Quellen im Moose, sind solche als Brunnen einzufangen, und deren Abzug in den Hauptgraben zu leiten.

15to. Wenn der Moosgrund abgezapft, getrocknet, gebrannt, und diese Erde wohl untereinander

ander gearbeitet ist, kann er im nächsten Frühjahr meist am nützlichsten mit Sommerroggen bebauet werden.

1610. Es ist aber anzurathen, daß vor derley Vornahmen ja ein genauer Ueberschlag der Kosten, die man sich insgemein geringer, als sie seyn werden, einbildet, gemacht, und das überlegt legt werde, **daß die Abzapfung, und Trocknung des Mooses noch lange nicht dessen Kultur heiße.** Weßwegen auch vor dem Anbau die Eigenschaft der Erde d. i. ihre Bestandtheile geprüft werden solle.

§. 62.

Die Beweggründe einer derley Moosabzapfung können seyn z. B.

a) Entweder nur um den Boden auszutrocknen, und dann bequemer, und sicherer z. B. eine Strasse, Lagstätte ꝛc. anlegen, oder selben zu einem Lager einst gebrauchen, oder überhaupts nur die Passage darüber für Menschen, und Pferde sicherer, und bequemerer machen zu können.

b) Gesündere Luft in selbiger Gegend gesünder zu erhalten.

(c

c) Den abgezapften Grund entweder zu Heuwachs, oder Getreide-Anbau, oder nur zur Weide, Sträue mähen, Torf stechen, zur Holzkultur, und besseren Jagdbarkeit benützen zu können.

d) Zu verhüten, daß aus der benachbarten Weide künftig weniger Vieh sich dahin verliere, und versinke.

e) Um vorhandenen müßigen Gesindel, oder wirklich arbeitsamen, aber arbeitlosen Leuten die Klage über Nahrungsmangel, Anlaß und Entschuldigung der Excessen zu benehmen; selben also Arbeit zu schaffen; die arbeitsamen von den liederlichen unterscheiden zu lernen. Wirklich! wenn es, wie nicht zu läugnen, schon grosser Staatsvortheil ist, wenn in Städten jedermann in Fabriken (sollten auch diese selbst wirklich keinen andern nützlichen Prozent abwerfen) Arbeit findet, so kenne ich keine grössere, keine leichtere, und gesegnetere Fabrike (wenn mir dieser freylich nicht wohl passende Namen nicht übel genommen wird) als — **das Land selbst**, wenn es, da, wo es dessen bedarf, mit großer und ergiebiger Thätigkeit, dabey unter guter Direction bebauet, daraus

raus die möglichste Menge möglichst guter Produkte erzielet, die möglichste Anzahl dürftiger Menschen in Arbeit und Nahrung, das Land in Ueberfluß an Früchten und an arbeitsamen Volk gesetzt wird.

f) Den Unterthanen Beyspiele der Kultur, und so deren praktischen Unterricht zu geben.

g) Um z. B. statt des Sumpfes nach behöriger Zubereitung einen Fischteich zu erhalten: u. s. f.

Es wäre aber auch vorher Rücksicht zu nehmen: Z. B.

a) Ob der Sumpf, das Moos, nur einen Eigenthümer, oder mehreren, und mit welcherley Gerechtigkeiten zustehe? nämlich

b) Wer darauf Territorial- Niedergerichts- Grund- oder Nutzherr, Waidrechtler rc. sey? oder

c) Ob solche Gründe dem Verbesserer ohne anwärtigen als bloß Territorial- und Gerichtsherrlichen nexu freyes Eigenthum würde?

d) Wer in solcher Gegend den Zehend, und welchen beziehe?

e) Welche Bürden also einst, und wie bald auf die cultivirten Gründe fallen können; *

---

* In Baiern sind derley Gründe von allen sowohl Lands- als Grund- und Zehndherrlichen Abgaben durch ganze 10 Jahre frey.

f) Wem die hohe oder niedere Jagd darauf zustehe? wem die Fischerey, sobald das Wasser z. B. in den ein- und auslaufenden Bach dereren mehrere zusamm gedrängt werden könnten?

g) Ob die Gränzen, ob die darauf behaupteten Rechte liquid oder strittig seyen?

h) Ob alle Interessenten mit der Austrocknung verstanden, und ob nachhin die gemeinschaftliche Benützung fortgehen, oder eine Abtheilung vorgenommen werden soll? oder

i) Ob wirklich Jemand gegen die Unternehmung sich auflehne? oder ob einige sich nur nicht derselben mitunterziehen wollen? In wie weit man also durch Gesetze oder Abfindung jene sichern könne? oder ob erst etwa vorher ein Prozeß abzustreiten wäre, oder doch selber mit den nicht unternehmenden ihrer alten Gerechtigkeiten halber gleich nachhin bevorstünde?

k) Woher einst die zur nöthigen Verbesserung des ausgetrockneten Mooses nöthige Erdart am leichtesten zu erholen seyn werde?

l) Welche Produkte einst, und wohin den leichtesten und ungehindersten Absatz finden?

m)

m) Woher das Geld zu Bestreitung der Kosten sicher fließen werde? Welches Regulativ zu den Beyträgen ungleicher Interessenten, ob aus der simplen Proportion, oder nach einem andern Fuß genommen werde? ꝛc.

Auf all diese und dergleichen Punkte müßte der Geometer die Interessenten, wenn sie nicht schon selbst darum dächten, ehevor aufmerksam machen, und ihre Ideen berichtigen helfen, damit selbe obige einschlägige Beweggründe und Rücksichten mit der leichten oder schweren, sicheren oder zweifelhaften Ausführbarkeit des Projektes, und den Kosten-Ueberschlag ꝛc mit ihrem Beutel vergleichen können; um zu sehen: auf welcher Seite das Uebergewicht, ob es rathsamer sey die Arbeit zu unternehmen oder zu unterlassen. *

§. 63.

* Man sieht, daß ich hier nur von Gründen und Unternehmungen der privaten oder kleinern Gemeinden rede. Denn bey großen, von Landesherren selbst rühmlichst veranstalteten oder doch eben so rühmlich unterstützten derley Unternehmungen würde manches von oben gesagten wegfallen, und sich besser sagen lassen. Die dem allgemeinen Vernehmen nach so herrlich gedeihende, als große und wichtige Donau-Mooskultur im baierischen mit anzusehen, hatte ich noch nie Gelegenheit oder Zeit gefunden.

§. 63.

Vor der ersten Ausmessung des Mooses, so wie jeder andern Fläche, die nicht natürliche Gränzen hat, oder verzäunt ist, wird der Geometer so vorsichtig seyn, sich von den Interessenten dessen liquide oder auch strittige Gränzen odentlich abstecken zu lassen, um nicht einst zu viel oder zu wenig dazu gemessen zu haben. Wobey selber zugleich sich das Brouillon entwerfen kann.

§. 64.

Um also, wenn das Moos trocken, und von allem Wurzelwerk gereiniget ist, oder schon vorhin bestimmen zu können, wie daselbst die Fruchtbarkeit zu befördern sey, wird dem Geometer gut stehen, wenigst so viel Naturkunde und Scheidekunst inne zu haben, daß er, was doch vor allem Anbau nöthig ist, die Eigenschaft und Bestandtheile der Erde zuuntersuchen, und, wie verbessert, mit welcher vermeynten Verbesserung verdorben werden, welche Gattung Früchte mit größtem, mit schlechtestem Vortheil darauf gebauet werden könnte, gründlich zu erklären wisse:

Z. B. Wieviel Prozent in Scheidewasser auflösbarer, sohin kalkartiger Erde der Grund führe? Wie-

Wieviel auflösbar in Vitriolsäure? Wie die zu große, oder nur hinlängliche, oder ermangelnde Schwere oder Leichtigkeit, Festigkeit oder Lockernheit zu erkennen zu behandeln, zu heben, zu verschaffen, zu vermehren sey? Wie, und welcher Mergel? Wie Ton, Lack, Gips, Steinkohlenstaub, Bauschutt, Asche, Kohlhaufen. Rußig, Rasen rc. und auf welchem Grunde nützen, schaden? In welchem Maaße jedes Mittel erforderlich, unnüz, schädlich sey? Wie bald sich ihr Nutzen äußern, wie lange er anhalten werde? Welchen Gewächsen sogar eines für das andere mehr zusage? Wie insgemein der Erfolg einer noch so fleißigen, aber übel angebrachten Verbesserung aussehe rc. Worüber das beßte und meiste besonders in den Werken des Pastor Mayrs und Hofapothekers Rückerts zu erholen seyn möchte.

§. 65.

Zwar pflegen einige ein Stück solchen erst abgezapften und von seinen Oberrasen und Wurzeln gereinigten Landes mit allerley auf besondern Plätzen angebrachten Saamen vorerst im kleinen zu prüfen, um zu sehen, welche Gattung darauf am beßten gedeihe. Darüber geht nun aber schon

we-

wenigst 1 Jahr Zeit und Mühe verlohren. Andere, die an aller dermaligen Fruchtbarkeit solchen Grundes verzweifeln, nehmen einen andern Umweg. Besäen jenen mit allerley, wie immer Namen habenden, möglichst wohlfeilen oder leicht zu habenden Saamen, schlagen die zeitigen Gewächse um, oder ziehen sie aus, dörren, und verbrennen sie auf dem Platze, in der Hoffnung, mit solcher Asche und verfaulten Wurzeln den Grund am beßten zu düngen. Desto grösserer Zeit- und Mühe - Verlurst aber bey ungewissem, ja nicht einmal wahrscheinlichem guten Erfolg, da der insgemein ohnehin zu lockere Moosgrund zu seiner Verbesserung wohl einer solidern Materie als der Asche bedarf. Derley bloß empyrische Kulturen, die auf keine Grundsätze, auf keine Kenntnisse vom Nutzen und Schaden des Kalckes, Gipses, Mergels, Kieses, der Aschen ꝛc. gebauet sind, sind sehr zu widerrathtn. Ihr Gedeihen ist nur Zufall, und der Geld - Mühe - und Zeit - Verlurst immer wahrscheinlicher.

Selbst folgender bey abgezapften Moosen noch meist brauchba befundener Vorschlag soll nie ohne obige Prüfung benützet werden. Er besteht darinn:

a)

a) Wenn das Moos von Nässe, Sträuchern, und deren Wurzeln gereiniget ist, so werden auch die Rasen selbst abgestochen, und entweder zu Haufen gelegt, verbrannt, und ihre Asche ausgestreuet, oder sie werden anderswo hin geführt, getrocknet, und dann auf Aecker von schwerem zähem Erdreich mit Nutzen verführt. Sind sie aber als Torf zum brennnen zu gebrauchen, so ist diese Nützung ohnehin allen andern vorzuziehen.

b) Die solchergestalt entblößte Erde soll, wenn sies bedarf, aufgelockert, getrocknet, klein gehackt oder geegget, dann erst bebauet werden; beßer aber insgemein

c) Wird sie von einem möglichst nahgelegenen und augegrabenen Hügl mit wohl kiesigten Erdreich überfahren, so derselben die gehörige Haltbarkeit, Schwere, und Wärme mittheilt.

d) An ausgesteckten Rainen könnten Waiden, Erlen, so andere die Nässe leidende und ausziehende Holzarten gepflanzet werden. etc.

e) Alle Vertiefungen müssen ausgefüllt werden, daß sich nirgends das Wasser aufhalten könne. Ueberhaupts werden die guten Körnerfrüchte, als

Waizen Dinkel ꝛc. daselbst lange nicht gedeihen; auch jeder Anbau mehr in Kraut und Hälme als in die Körner wachsen. Auch (wie es ohnehin bey jedem andern lockernen Erdreich geschieht) wird man zuweilen darauf die schönsten und viel versprechendsten Saamen hervorkommen, doch nachhin nur dünne und magere Aehern sehen, weil jene mit ihren Wurzeln nicht genug an der zu lockern Erde anlagen, ihre Sauggefässe nicht alle und nicht genug benützen, den nöthigen Nahrungssaft nicht hinlänglich sammeln, sich gegen Frost und Winde nicht fest genug halten konnten.

§. 66.

Bey all solchen Betrachtungen über die Mooskultur konnte ich aber, ich gestehe es, mich nie enthalten, zu bewundern: warum da oder dort die kostbare Kultur mit den Moosen von unvermöglichen Privatis angefangen wird, wo ringsumher die magersten Waiden, die elendesten, aber trocknen uud jeder Kultur ungleich fähigern Gründe unangegriffen bleiben, deren vortheilhafteste Benützung doch mit ungleich wenigern Kosten und Mühe dem Eigenthümer frühere und gewißere Freude schaffen würde. Welch weites Feld öffnet sich hier dem nachdenkenden Kulturfreunde!

§. 67.

All dieß, glaube ich: sollte sich ein Geometer, der sich bey den die Kultur bezweckenden Vermessungen gebrauchen läßt, tiefer als obsteht, und so gut als möglich einsehen. Schon aus dem angebrachten, welches zwar Widersprüche finden, doch auch den Forscher zu weiterem Nachdenken reitzen mag, läßt sich meines Erachtens der Weg errathen, den ich dem Geometer zu Erweiterung seiner nöthigen Kenntnisse einzuschlagen rathen möchte. Ein Meßkünstler ohne Physik ist mir zu sehr Meßkünstler, und er wird oft Fragen ausgesetzt, die er nicht allemal mit Ehre unbeantwortet lassen kann. Oder wie könnte er bey mehrern in Theilung kommenden Gemeinde-Gründen ungleicher Güte auf Verlangen nur beyläfig anzeigen, in welchem Verhältniß das Quantum gegen die Qualität zu stehen komme? Ich will dabey nicht behaupten, daß er auch in die häuslichen Geschäfte des Oekonomen volle Einsicht haben soll. Aber das, was er mißt, soll er doch auch schier am beßten kennen.

Ich weiß zwar auch keinen Theil der Mathematik den der Geometer nicht mehr oder

we-

weniger inne haben soll. Selbst in der Kriegs-Baukunst und Astronomie darf er nicht ganz und gar fremde seyn. Besonders aber in der ganzen Statik, Hydraulik, Civil-Baukunst und dermal vor allem

§. 68.

In der Forstwissenschaft werden gründliche Kenntnisse beym Geometer gesuchet, deren entgegen ohnehin ohne Geometrie sich niemand schmeicheln kann. Das Bothanische zwar, das Physische und Oekonomische aus der Forstwissenschaft kann hier nicht umständlich abgehandelt werden, und der Geometer kann und muß solches aus andern Büchern erholen. Das Mathematische derselben aber besteht außer der ordentlichen Vermeßung der Förste noch größten Theils in folgendem:

§. 69.

Der kubische Innhalt des ganzen Baumes ohne Aeste wird dadurch bestimmt, daß man diese als einen ganzen andern Kegl betrachtet, und berechnet, da man aus seinen untern Diameter, oder Peripherie die dortige Zirklfläche sucht, solche mit der Länge des Baumes — 7 oder 8 (weil

der Gipfel soweit nicht mehr als Holz gelten kann) multiplicirt, das Factum mit 3 dividirt.

Anm. Es ist deutlich, daß dieß nur beym Nadlholz, beym Bauholz aber nie anwendbar sey; wo man nämlich nur den Stamm soweit er brauchbar, das übrige aber als Obholz besonders berechnet.

§. 70.

Der Kubikinnhalt des Baumes, dem sein Obertheil genommen ist, wird wie bey einem abgekürzten Kegl berechnet.

Anm. Burgsdorf in seinem Forsthandbuch §. 244 gleich die Meßung nach dem Mittel beyder Diameter einschlägt, dieß aber hier schon als unrichtig bewiesen ward, darf darum doch nicht befremden, weil der Unterschied, zwar immer ein Unterschied, doch klein ist, und Burgsdorf deßwegen selbst nur behauptet, daß die ganze Stärke des Stücks, sodann durchaus in soweit verglichen sey, als es bey Holzmessungen erforderlich ist.

§. 71.

Wäre aber dessen unterer, und oberer Diameter, oder die Peripherie gleich, so wird er als ein Zilinder berechnet.

§. 72.

Ist des Baumes Querfläche mehr elliptisch, als Zirklrund, so wird die halbe Summe der größten, und kleinsten Axe den Diameter einer gleich grossen Zirklfläche geben, wornach das übrige berechnet wird.

§. 73.

Den Kubickinnhalt stehender Stämme könnte man nur, wenn ihre Höhe ehevor gemessen wäre, genau bestimmen, außer dessen solches durch ein, in langer Uebung erhaltenes gutes Augenmaaß ersetzet werden müßte. Das aber, wenn der Forst nach ordentlichen Schlägen behandelt wird, leichter ist; weil man da den Holzhauern nur den Platz, wo sie zu fällen haben, ausstecken darf, und nachhin bequemer und genauer das gefällte Holz mißt, und berechnet.

§. 74.

Würde aber von einem der Geometrie kündigen Förster verlangt, daß er alle Stämme selbst zum Schlag, oder zur Abfuhr anmerke, und jeden Stammesinnhalt berechne, und in eine Tabelle bringe, so wird er auf der Stelle nur jeden lie-

genden Baumes untere, und obere Diameter, dann die Länge bemessen, und aufschreiben, die Berechnung aber nach Hause versparen, weil er solche, wenn er z. B. in einem Tage mehrere hundert Stämme anzumerken hat, schon selbst bald aufgeben würde. Und auch da müßte jeder Stamm nicht nur mit dem Zeichen dessen, dem er zugemerkt ist, sondern auch mit einem beträchtlichen Numer bemerkt seyn, um ihn in der Tabelle richtig bestimmen zu können. In welcher Tabelle sodann auch der Preis beyzusetzen wäre.

§. 75.

Mancher Stamm ist aber bey größeren kubischen Innhalt doch minder als ein anderer werth, das ist: er trägt den nach dem Kubickfuß für seine Quantität zu verrechnen habenden Preis nicht, weil in der Qualität ein Fehler liegt. Dieß muß eben darum besonders vorgemerkt werden. Weßwegen, und zu anderwärtigen Gebrauch in der Tabelle, für besondere Anmerkungen, eine eigene Rubricke zu stellen ist.

§. 76.

Wird das Holz als Brennholz benützet, so- hin

hin zu Klaftern angeschlagen, deren jede z. B. 6 Fuß hoch, und breit, und wovon die Scheiter 3 $\frac{1}{2}$ Fuß lang sind; so wird mit dem Kubickinnhalt einer solchen Klafter $= 6' \cdot 6' \cdot 3^{1}/_{2}' =$ 126′ cub. der Kubickinnhalt des Baumes dividirt, um zu sehen, wie viele derley Stammenklafter solcher hatte.

§. 77.

Da aber die Scheiter in den Klaftern nicht so genau gelegt werden können, daß es nicht Zwischenräume gäbe; so wird die Scheiterklafter nie so viel Holz haben, als sie als Stammklafter berechnet wird; und darum vom nämlichen Holz mehr an Scheiterklaftern herausfallen. Das ziemlich annehmbare Verhältniß des Holzes der Stammklafter, gegen das der Scheiterklafter ist 7 : 6, daß also die Scheiterklafter bey $\frac{1}{7}$ Holz weniger, als die Stammklafter habe.

§. 78.

Der Kubickinnhalt des Stammes wird also zu Scheiterklaftern berechnet, wenn er ehevor zu Stammklaftern genommen, dann diese mit 7 multiplizirt, das Factum mit 6 dividirt wird.

§. 79.

§. 79.

Entgegen wird bey einer gegebenen Anzahl Scheiterklaftern der Kubickinnhalt des Holzes gefunden, wenn jene mit 6 multiplicirt, das Factum mit 7 dividirt wird, woraus die Stammklafter sich ergeben, und sich der Kubickinnhalt an Fussen leicht berechnet, weil man weis, daß z. B. jede Stammklafter 126′ cub. halte.

§. 80.

Ist eine Klafter auf einer abhängigen Fläche angelegt, so hält sie weniger, als wenn sie horizontal läge, und in rechten Winkeln angerichtet wäre, weil sie hier mit der Breite, und Höhe ein Quadrat, dort nur einen Rhombus von gleichen Seiten bildet. Man findet den wahren Innhalt, wenn beyde Diagonalen gemessen, und die eine mit der andern multiplicirt, das Factum halbirt, und diese Hälfte erst mit der Scheiterlänge multiplicirt wird.

§. 81.

Auch das Obholz hat seinen Preis, und verdient also seinen Anschlag; der im Durchschnitt kein allgemeines Regulativ leidet, indessen aber im

Ver-

Verhältniß zum Stammholz wie 2 : 13 genommen zu werden pflegt. Will ich also wissen, wie viel Obholz z. B. von 2924′ cub. Stammholz erhalten worden sey, so ist $\frac{2924 \times 2}{13} = \frac{5848}{13} =$ 449′ cub.; 8″ Obholz = 3, 57 Stammklafter = 4, 16 Scheiterklafter, **wenn sich das Obholz so genau, als die Scheiter legen ließe.**

§. 82.

Sollte aus dem gegebenen Preis der Scheiterklafter der Preis des Kubickfusses bestimmet werden, so wird selbe in die Zahl der Kubickfusse der Stammklafter verwandelt, und mit dem gegebenen Preis dividirt: z. B. die Scheiterklafter gelte 1 fl. 30 kr. wie hoh kömmt der Kubickschuh? Es ist 7 : 6 = 126 : 108 cub: Fuß der Stammklafter, sodann 1 fl. 30. kr. oder 360 Pf. mit 108 dividirt giebt 3, 333 Pf. für den Stammkubickfuß.

§. 83.

Aus dem gegebenen Preis des Kubickfußes also wird der Preis der Scheiterklafter mit ver-

kehrtem

kehrten Verfahren gefunden: z. B. der Kubickfuß gelte 1 kr. was gilt die Scheiterklafter, ohne Rücksicht auf das Hauerlohn? Weil die Scheiterklafter gesehener massen = 108 Stammklafter Kubickfuß ist, so ist ihr Preis = 1 fl. 48 kr.

§. 84.

Ein 30′ langer, oben 12″ unten 16″ starker Baum soll z. B. in dreyerley Anschlägen berechnet werden: **erstens** wenn jeder Zoll seines kleinern Diameters mit 8 kr., **zweytens** wenn jeder Kubickschuh mit 2 kr. **drittens** wenn die Scheiterklafter mit 2 fl. bezahlt wird: was kostet der Baum in jedem Falle?

Die Berechnung giebt auf den ersten Fall

	. .	1 fl.	36 kr.	— hl.
auf den zweyten	. .	1 "	32 "	7 "
auf den dritten	. .	— "	51 "	4 "

§. 85.

Wird der Stamm zu Bauholz benützet, so muß auch berechnet werden, welch möglichst grosser Vierkant aus demselben gehauen werden könne. Dieß geschieht, wenn der kleinere Durchmesser zum Quadrat erhoben, und aus der Hälfte dieses

Qua-

Quadrats die Wurzel gezogen wird, so die Seite des möglichst großen Vierkants ist: oder wenn der Diameter $= a$, so ist $x = \sqrt{\frac{a^2}{2}}$

Anm. Wer sich dieser Rechnung ohne besondere Gefahr erleichtern wollte, könnte die Seite des Vierkants allemal $= \frac{7}{10}$ des kleinern Diameters nehmen.

§. 86.

Darauf ist aber auch bey dem Geldanschlage des Bauholzes Rücksicht zu nehmen, und wenn solcher Anschlag nach dem Kubickfuß geschehen soll, entweder solcher Preis nur nach jenen Kubickfussen, so der möglichst große Vierkant abwirft, zu berechnen, oder, wenn er nach dem ganzen Kubickinnhalt des Stammes genommen wird, um so mehr herabzusetzen, weil doch der Stamm nicht so wie er liegt, und ganz umgehauen als Bauholz gelten kann, und bis er Bauholz wird, ein merkliches zu bloßem Brennholz verliert.

Z. B. der Stamm sey 50′ lang, am obern Diameter 15 Dezimalzoll, am untern 18″ stark, so wird sein ganzer Kubickinnhalt 107′ cub.

und 152 $\frac{1}{2}$ cub. Zoll abwerfen, wogegen wenn der möglichst große daraus sich ergebende Vierkant nach vorhergehenden §. berechnet wird, so enthält solcher nur 56 $\frac{1}{4}$ Kubickschuh als wahres Bauholz, und die übrigen 50 cub. Schuh und 902 $\frac{1}{2}$ Zolle, so in die Späne fielen, können doch nicht wie Bauholz bezahlet werden, da sie beynahe die Hälfte betragen. Ohnehin ist alle genaue Kubickberechnung beym Holz nur ein Geschäft für die Holzmagazine, und nicht in Wäldern anwendbar, wo mit wenigen Bäumen nichts ausgerichtet, bey der Menge aber nicht fortzukommen ist.

§. 87.

Sollte aus dem gegebenen kleinern Diameter des Stammens bestimmt werden, wieviel gleich breite Bretter von einer gegebenen Dicke aus solchem geschnitten werden können, und wie breit solche, wie dick die Schwertlinge werden? so berechnet man nach vorigen §. den Vierkant, so die Breite der Bretter giebt; dividirt auch seine Seite mit der Bretter-Dicke, so deren Anzahl giebt, und die halbe Differenz des Diameters und der Bretterbreite giebt die Dicke der Schwertlinge.

Anm. Wie viel Holz für den Schnitt selbst wegzunehmen sey, kömmt auf die dicke Schnittblätter, auf den Ausgang ihrer Zähne, auf die Güte der Mühle an.

§. 88.

Wäre am kleinern Ende des Stammes (F. 68.) die Querfläche elliptisch, so zeigt sich, daß wenn ein wirklich gleichseitiger Vierkant daraus gehauen werden sollte, zu viel Holz verloren würde. Man sucht also in solcher obern Fläche das möglichst große Parallelogram zu zeichnen, und nach solchen das Holz in einen Balken zu zuhauen, der einerseits schmäler, andererseits desto breiter wäre, welche Breite, als Höhe aufgestellt, dem Balken noch mehr Stärke zum tragen giebt, als er als gleichseitiger Vierkannt mit der kleinern Seite haben würde; vorausgesetzt, daß er nicht gar zu schmal sey, und daß er in einer Verbindung stehe, die ihn nicht nach der Seite weichen, oder sich drehen lasse. Dieses Parallelogram findet sich aber, wenn beyde Durchmesser ab, de, einander senkrecht im Mittelpunkt schneiden, und an ihren Enden wieder senkrecht die Linien Fig. gh, hi, if angebracht werden, die das äußere Parallelogram fghi bilden. Nun zieht man

die

die Diagonalen fh, und gi durch c, welche die Ellipse in klmn schneiden, also die Punkte bestimmen werden, wo in solcher das möglichst große Parallelogram zu zeichnen sey.

1ste Anm. Es versteht sich, daß all dieß nur auf einem Papier, worauf vorerst die elliptische Figur gebracht seyn müßte, geschähe.

2te Anm. Wer sich diese verdrüßliche Arbeit ersparen wollte, könnte ohne besonderer Gefahr, an jedem Ende jedes obern Diameters $\frac{1}{7}$ seiner Länge weg nehmen, um die Länge und Breite des möglichst großen Parallelograms zu bestimmen, daß also = $\frac{5}{7}$ des großen Diameters in der Länge, und = $\frac{5}{7}$ des kleinern in der Breite wäre: z. B. der große Diameter halte 28″, der kleinere 21″, so nähme ich dem großen an jedem Ende 4 Zolle zusamm 8 Zolle, und behielte in der Mitte 20 Zolle für die Länge, sodann nähme ich dem kleinern Diameter 3 Zolle an jedem Ende zusamm 6 Zolle, und behielte 15″ für die Breite des Parallelograms.

§. 89.

Sollte aber, ohne Rücksicht auf dem Holzverlurst, dennoch ein gleichseitiger möglichst großer Vierkant herausgehauen werden, (Fig. 69.) so errichte man auf den Enden des großen Diameters

meters ab die Pkl ao, bp = ac = bc, ziehe von o und p die Diagonalen, so die Ellipse in q, r, s, t, das ist: an den Punkten schneiden werden, wo die Ecke des möglichst großen Quadrats sind, das in die Ellipse gezeichnet werden kann.

1ste Anm. Ohne besonders großen Fehler zu begehen, könnte man Kürze halber gleich $\frac{4}{5}$ des kleinern Diameters zur Seite des Quadrats nehmen.

2te Anm. In Rücksicht auf diese Vierkante oder Bauhölzer überhaupts wäre aber manchem Baumeister eine vorläufige Nachlese dessen zu empfehlen, was hierüber Hr. Helfezrieder in seinen Beyträgen zur bürgerlichen Baukunst gleich zu Anfang erinnert.

§. 90.

Das Alter der Nadlbäume läßt sich bestimmen, wenn man den Baum nahe an der Erde rein abhauet, oder absäget, die Jahresringe zählt, und zu solcher Zahl noch 7 addirt. Wenn z. B. 66 Ringe gezählt werden, so mag der Baum 73 Jahr alt seyn. Denn von den ersten 7 Jahren sind selten einige Ringe merkbar.

§. 91.

Daraus nun, daß man das Alter, und den

ku-

kubischen Innhalt der Bäume kennt, läßt sich auf das Wachsthum in selbiger Gegend, auf die gute, oder schlechte Beschaffenheit des Grundes schliessen.

§. 92.

Wie der in Schläge abzutheilen sey, kann man nun näher bestimmen, nachdem sein Flächeninnhalt, und der Wachsthum des Holzes in selbigen bekannt sind, dann die Gegend, woher die Einlassung des West = oder was immer für eines Windes, der dort der Lage halber den ungestümsten Zug zu haben pflegt, zu vermeiden, und welche Theile des Waldes mit aus = oder unausgewachsenen Holz, oder sonst schlecht, oder gut bestanden seyen. Nämlich a) man dividirt den Flächeninnhalt mit den Jahren des befundenen Wachsthumes, um zu finden, b) wie groß ein Theil, oder der Schlag eines Jahres seyn soll, c) theilt den Waldplan nach schon gehörten Regeln in so viele Theile, doch so, d) daß nach der betreflichen Größe jedes Theils der Antrag in die gute, und schlechter bewachsene Theile genommen, die beßer bewachsenen Theile immer zu den frühern Schlägen bestimmet werden, und e) daß auch nicht

nur

nur auf die Vermeidung des Windes, sondern auch auf die etwa bequeme Abfuhr des Holzes zu Wasser, oder zu Lande Rücksicht genommen, und f) kein Schlag so angebracht werde, daß er nicht noch gut bewachsenes Holz neben sich, also Hoffnung zur baldigen natürlichen Besaamung habe rc. Weßwegen z. B. beym Fichtenholz nicht durchlaufende, sondern Lesselschläge anzubringen sind, auch ist es rathsam in grossen Wäldern, wo die Schläge darum auch zu groß würden, lieber 2 - oder 3mal so viel Schläge als die ordinäre Rechnung giebt, zu nehmen, solche also darum auch 2 - 3mal kleiner zu machen, und entgegen 2 - 3 zugleich an verschiedenen Plätzen nach Nothdurft anzugreifen. Selbst bey der ordinären Schläge-Zahl ist es beßer (wenn sie beträchtlich sind) deren 2 - 3 zugleich, aber jeden nur zu $\frac{1}{2}$ oder $\frac{1}{3}$ herzunehmen.

Anm. Die Subtilität: die spätern Schläge müßten darum, weil ihr Nachwuchs mit in Rechnung kommen wolle, kleiner berechnet werden, will ich in der Theorie nicht bestreiten. Aber in der Praxis wird man sie meist aufgeben, da a) nach obigen Regeln, wie das bewachsene Holz immer in frühere Schläge gewiesen wird, der Nachwuchs der

spä-

spätere ohnehin nöthig ist, um erst der Gleichheit näher zu rücken, b) da solche Nachwuchs-Berechnung zu ordentlich genommen, und zu hypothetisch ist, und nie ganz zuverläßig seyn kann, indem der Wachsthum des Holzes, so wie jedes andern Gewächses, auch sehr von der ungleichen Witterung ꝛc. abhängt, und c) ergäben sich nach mehreren Jahren durch den Nachwuchs die späteren Schläge auch wirklich schöner, als die früheren, also im Holzertrag größer, so könnte doch nichts, als eine etwas zu viele gehabte Vorsicht eingeworfen. Endlich d) muß man doch fürs Künftige auf gleiche Schläge denken, so hier verfehlt werden würde.

§. 93.

Wäre ein ganz neuer Wald zu taxiren, so würde man mit jenen grob fehlen, die zuerst alles darinn vorfindige Holz zählen, dann etwa auch noch den Grund besonders schätzen, und diese volle Summe als den Schätzungspreis des Waldes angeben, womit ein Wald der z. B. 15000 fl. werth wäre, leicht auf 80000 fl. hinauf gerechnet würde. Bey der Schätzung eines mit kostbaren Blumen, Gemüssen, und andern derley Gewächsen prangenden Gartens, oder eines mit stehendem

hendem Getreide bewachsenen Ackers muß man nicht die Taxirung der Wälder lernen, deren Grund nur, weil er Holz giebt, einen Werth hat, und wenn er auch zu Anger gemacht würde, schon an den Kosten seinen Werth verzehren müßte; und weil er sein Holz so langsam liefert, daß nur der Nutzen im Anschlag kommen kann, der davon sich auf ein Jahr durch die Rechnung herauswirft. Weil es auch weder erlaubt, noch vorsichtig gehandelt wäre, noch den gehofften großen Nutzen leisten würde, wenn ein gekaufter Wald gleich gefället werden wollte. Man verfährt aber bey dessen Taxirung richtiger, wie folgt:

a). Der Wald muß im Plan vorliegen; muß mit allen seinen Schlägen, Blössen, gut, oder schlecht bewachsenen Plätzen bemessen, mit allen seinen Rechten, Bürden, als Jagd, Waide, Einforstungen, Accise, Frondiensten, Gelegenheit zum Absatz, Losung von Pechlern, Gerbern, von Waidzinsen etc., lokalen Holzwerth, Qualität des Holzes etc. beschrieben seyn, und im Anschlag darauf Rücksicht genommen werden.

b). Man muß daraus bestimmen können, wie viel Brenn- Bau- und Nutzholz (z. B. für Müller, Tischler, Dreher, Binder, Gabel- und Rechenmacher, Wagner ꝛc.) und von welcher Qualität jährlich ohne Abschwand erholet werden könne.

c). Nach Abrechnung der etwa unentgeldlich schuldigen jährlichen Holzabgab wird das übrige nach landläufigen Preis angeschlagen.

d). Davon all jenes abgezogen, was auf die darauf liegenden landesherrlichen- oder andern Praestanden, was auf Forster- und Holzhacker- dann Fuhrlohn, auf Weg-Reparationen ꝛc. ergehet.

e). Der Rest wird als Zins eines etwa zu 4 pr. cento liegenden Kapitals angesehen, und daraus das Kapital, als der Werth des Waldes, berechnet, da man jenen nur mit 25 multiplicirt. Z. B. Ein Wald liefere jährlich ohne Abschwand nur 500 Klafter Brennholz, deren jede auf dem Platz 1 fl. 24 kr. gelte. Man hätte aber jährlich 124 Klafter unentgeldlich abzugeben, so, daß nur noch 376 Klafter bleiben,

die

die einen Anschlag leiden, und 526 fl. 24 kr. betragen werden, davon geht aber wieder ab, z. B. Das Holzhacker-Lohn mit 94 fl., das Förster-Lohn mit 50 fl., andere Abgaben mit 15 fl. zusamm 159 fl.; so bleiben noch für reinen Ertrag 367 fl. 24 kr. welches mit 25 multiplicirt für den Werth des Waldes giebt 9185 fl.

§. 94.

Ist der Forst in einer Berggegend, und hat dieser beständige Flüsse, oder auch blosse Gießbäche; so ist es auch hier die Sache des Geometers noch mehr als des Försters auszuzeigen: wie nicht nur denselben etwa die unschädliche Leitung gegeben, sondern auch wie sogar ein Nutzen gezogen werden könne, indem sie z. B. zur Triftung des außer dem kaum auszubringenden Holzes benützet, oder an einer Mühle geleitet, oder irgendwo gesammelt würden, wo ein Teich anzulegen wäre, der nicht nur zur Fischerey dienen, sondern auch jed bedürfenden Falls abgezogen werden, also was immer für eine Mühle auf kurze Zeit mit seinem Wasservorrath beleben könnte, u. d. gl.

§. 95.

Bey der Nothwendigkeit, wo eine Strasse durch einen Forst erhoben werden müßte, müßte auf die Gegend, woher der stärkste Wind den Zug hat, Rücksicht genommen, und der Strasse eine solche Richtung gegeben werden, daß nicht dieser Strasse halber auch der übrige Forst jedem zu leicht eindringenden Sturmwind Preis gegeben, den Reisenden selbst der leicht zu vermeidende Windzug zugezogen würde.

§. 96.

Daß der Geometer seine Arbeit in einem ordentlichen Plan vorlegen müsse, verstand sich aus obigem längst von selbst. Wie aber solcher Plan schön zu bearbeiten sey, mag aus guten Musterplanen jener Styl erlernet werden, der jeden der natürlichste, schönste, und leichteste scheint. Dieß hat viel willkührliches an sich, nicht aber die Genauigkeit, die unumgänglich zu beobachten ist, und die einen auch minder schönen Plan vor dem schönern, aber minder genauen, den unwidersprechlichen Vorzug verschaft. Ich würde fordern, der Geometer soll deu Plan wenigst zweyfach, und

zwar

zwar einmal mit den bloßen Linien auf weiß, den andern aber im nämlichen Maaße illuminirt, nebst der besondern vollen Beschreibung und tabellirten Berechnung seiner geometrischen oder trigonometrischen Arbeit vorlegen, und ausliefern. Jeder Plan müßte die Benennung der gemessenen Gegenstände, die allseitigen Angränzungen, den Namen und Karakter des Geometers, die Zeit der geschehenen Vermessuug, alle etwa nöthigen Anmerkungen; jeder eine gleiche Skale, und gleich gestellte Windrose ꝛc. enthalten; und im erstern müßten noch über das die Maaße den gemessenen oder berechneten Linien selbst beygeschrieben seyn, damit nicht etwa der dem Wechsel der Feuchtigkeit und Tröckne ausgesetzte, sohin eigner und zwar nicht einmal auf dem ganzen Blatt sich gleichen Aenderung unterworfene Plan an der ohnehin kleinen Skale künftig durch unächtes Maaß irre führen, dem Geometer unverdiente Nachrede zuziehen könnte.

§. 67.

Des Geometers Geschäft zu Hause ist also auch nicht minder schwer als wichtig, und Genauigkeit erheischend. Wie schon gemeldet, wird hier ein Unterricht über das Auszeichnen oder Illuminiren

ren eines Risses umsonst gesucht. Und ohnehin wird es hierinn jeder bey mittelmäßiger Nachhilfe eines persönlichen Unterrichtes, und guten Mustern in Kürze weiter, als beym größten Alleinfleiße oder bey bloß gelesenen Unterricht bringen. Besonders empfehle ich hierinn vorläufige Uebung in guten leeren Zeichnungen mit Bleystift oder Federn. Dazu sind Muster genug feil, und jeder Kupferstich enthält wenigst etwas nachahmungswürdiges. Auch die Auswahl, Behandlung, und Conservirung der Farbenwaaren, Pinsel und alles Reißzeuges, des Papieres, Pergamentes rc. zu lehren, ist außer meinem Vorsatze, und wie ich glaube, auch vom Leser mir gerne erlassen. Es wird auch beym Unterricht ohnehin nicht vergessen werden, daß man sich mit dem Schatten der etwa hoh gezeichneten Gegenstände nach der der angebrachten Windrose richten müsse. Es ist widernatürlich z. B. an der Windrose den Norden links, und zugleich an den Gegenständen den Schatten rechts also gegen Mittag zu sehen. Daß man auch in Wäldern rc. z. B. alle Schläge, Wege, Bäche, Flüsse, Lichten, reine Plätze, Holzunterschiede anzeige, und d. gl.

Waldpläne werden am leichtesten und sichersten bloß mit Farben, so illuminirt, daß jeder Gattung Holzes eine andere Farbe gehöre, und schon in der Cartusche bestimmet sey. Wer viele Bäume zeichnet, macht bald ein Geklechse, und er läuft Gefahr Bäume anzubringen, die nach Maaß seiner Skale 1000 und mehrere Schuhe lang seyn mäßten, ohngeacht man sie nach dem vue d'oiseax betrachten muß.

Ich erinnere mich sogar gehört zu haben, wie an einen Geometer, der laut seines Planes die Felder zu Anfang des Maymonats gemessen, solche im Plan gelb ausgetuschet hatte, die Frage gestellt ward: ob diese Felder zur Zeit seiner Vermessung schon reife Früchte getragen hätten? derley Krisen weicht man aber ohnehin leicht aus, und kann sie wohl auch, wenn sonst nichts fehlt, mitnehmen. Kurz man lerne, wie gemeldet, vorerst gute Linien ziehen, gut von der Hand zeichnen, und illuminiren, und habe die theoretischen Lehren des 1sten Theiles inne, so müßte es sonderbar seyn, wenn man anstünde, wie das gemessene in einen accuraten, und hinlänglich schönen Plan zu bringen sey. Denn wer mich erst

fragen

fragen würde z. B. wie denn die gemessenen grossen Flächen in proportionirte kleinere Figuren gebracht werden können? dem könnte ich wohl nicht mehr glauben, daß wir uns im 1sten Theile verstanden hätten. Die Vortheile mit Gittern, Triangeln, Proportionalzirkeln u. d. gl. lernen sich ohnehin einem, der jenen versteht, von selbst, und fließen eigentlich alle aus der nämlichen Regel. Ich erinnere also nur soviel: der Geometer wähle sich eine Skale, nach der das gemessene im kleinen erscheinen soll, so, daß die Figur weder zu wenig noch zu viel Raum auf dem Blatte gegebner Größe einnehme. Wie seltsam würde z. B. ein Plan von 2 Schuhe Länge und 1 ½ Schuhe Breite aussehen, dessen enthaltene Figur mit der flachen Hand bedeckt werden könnte.

Anm. Zuweilen muß dieß doch geschehen, wenn z. B. mehrere Pläne ungleicher Flächen in gleichen Formaten geliefert werden müßen.

Aber eben so gefehlt würde es seyn, wenn die Figur nach Maaß des gegebenen Blattes so groß wäre, daß der Plan unter Glas gebracht, an den Enden der Figur schon mit Leisten bedeckt wäre. Ohnehin muß noch Raum für die Skala

(so

(so meist unten angebracht wird) für die Windrose, für die Cartusche,) und den schriftlichen Auffsatz bleiben, der, wie gemeldet, den Namen und Größe, den Eigenthümer und die allenfalligen Anfechter rc. des gemessenen, und den des Feldmessers, die Ursache, Zeit, und Weise der Vermessung so anders enthalten muß.

Brander hat für solche Skalen ein System mitgetheilt, und wem nun einmal eine seiner Skalen im Grundansatze anständig ist, der wird von selbst sich die so unnöthige als minder nützliche Arbeit ersparen, erst eine neue zu erschaffen.

§. 98.

Nun scheine ich mir genug von dem angeführt zu haben, was man von einem Geometer fordern kann; nicht als ob ich glaubte, daß es für ihn kein Geschäft mehr gäbe, so er nicht schon hierinn beschrieben fände; sondern daß er, wenn er in all diesen sich eine Festigkeit, und Fertigkeit erlanget haben wird, auch in allen andern vorkommenden Fällen seines Berufes sich immer leicht selbst zu helfen wissen werde.

Was

Was ich noch anzuhängen rathsam fand, ist ein Entwurf eines Försterexamens, das zwar nichts weniger als vollständig, doch dazu dienlich ist, den Wißbegierigen von selbst auf das mehrere aufmerksam zu machen. Endlich wünschte ich noch Branders Sehnen-Tafeln zu einzelnen Gradminuten anzuhängen, wenn sie nur nicht für die diesem Buche bestimmte Größe zu lang wären.

Entwurf einer Prüfung aus der Forstwissenschaft.

§. 1.

Was ist die Forstwissenschaft? Was der Förster? worinn besteht dessen Pflicht?

Die **Forstwissenschaft** ist eine Wissenschaft, welche die Holzarten, ihren speziellen Nutzen, Gebrauch, Schaden, Dauer ꝛc. kennen, die für den gegebenen Ort nützlichste Gattung am sichersten erziehen, das bestehende Holz pflegen, und mit dem größten Ertrag, so wie mit dem mindesten Schaden der Zukunft absetzen ꝛc. lehrt.

Der **Förster** ist, wer mit Aufsicht auf dem Forst begabt, und darauf verpflichtet ist. Er muß also in dem seiner Aufsicht anvertrauten Forst das obige wissen, und leisten. Er muß auch die Lage, die Erdart, die Rechte, die Dienstbarkeiten seines Forstes kennen, erhalten, benützen;

Muß z. B. wissen: ob jemand, wer, wie stark das Waidrecht im Walde habe? ob? und wer aus

sol-

solchem Walde, um oder ohne Geld, und mit wie viel zu behölzen seye? ob er gewisse Wasserleitungen, Wege 2c. im Forst zu leiden habe? Wer die inne liegenden Wiesen, Aecker 2c. verzäunen müsse? Ob nicht das Holzhauen, oder ausführen durch Frohndienste geschehe? Ob der Waldeigenthümer nicht etwa für sich oder jene Abkäufer das sonderbare Recht eines Holzlagers außer dem Walde, an einem floßbaren Fluß, an einer Holzstrasse habe? 2c. 2c.

§. 2.

Wie wird die Forstwissenschaft überhaupts abgetheilt? Wie die Holzarten selbst?

Die Forstwissenschaft theilt sich in die **Holzkenntniß, Holzzucht Forstpflege**, und **Forstnützung**.

§. 3.

Vermög der **Holzkenntniß** muß man die Holzarten nach ihren Blüthen, Blättern, Rinden, Früchten, und Holz zu beobachten, zu unterscheiden, zu bestimmen wissen; ihr beyläufiges Alter, ihre Länge, Stärke, Holzinnhalt, ihre Gebrechen, ihren Gebrauch kennen.

Die Holzarten theilen sich aber:

a)

a). Nach der Dauer, oder Abfall ihrer Blätter in Sommergrünne oder Wintergrünne (immergrünn) So sind z. B. die Eibe, der Stechpalm, der Epheu, die Föhre, die Tanne, die Fichte wintergrün, dagegen die Buche, Esche, Ahorn, der Lerchenbaum sommergrünn.

b) Nach ihrer Größe in Bäume, Sträuche.

c) Nach der Festigkeit ihres Holzes in weiche und harte. So sind z. B. die Eiche, Buche, Ulme, Espe, Ahorn, Birke, der Wachholder, die Föhre, der Lerchenbaum hart; dagegen die Pappel (sohin auch die Espe) die Linde, der Felber, die Tanne, die Fichte weich.

d) Nach Gestalt ihrer Blätter in Laub= oder Nadl= (Tangl= Schwarz) Holz. Das Nadlholz leidet wieder die Unterabtheilung in Tannen= und Kiefer=holz; denn zum Tannenholz gehört jenes, wo die Nadeln einzeln am Zweige stehen, wie die Weißtanne, und die Fichte (Rothtanne) zum Kieferholz aber jenes, wo 2 bis 5 und mehrere Nadeln aus einer Scheide gehen, wie die Föhre Zirbl ꝛc.

Zur Holzkenntniß gehört auch die Kenntniß ihrer Theile: als des **Markes, Holzes, Splints, Basts, Rinde**; dann der Blätter, Blüthen, Früchte ꝛc.

§. 4.

§. 4.

Was ist an den Blättern zu bemerken?

a). Ihre Erscheinung, b). Dauer c). Gestalt, d) Farbe, e) Stand:

Nämlich a) wenn sie hervorkommen, b) ob, und wann sie abfallen, c) ob sie gefiedert, (z. B. wie die der Esche) gefingert, (z. B. wie der Himbeere) glattrandig (z. B. wie der Weiden) gezahnt, gesägt, (wie der Birke, der Erle) ob und wievielfach sie lappig seyen (wie z. B. des Ahorn, 5 lappig, die Schwalkenbeer, 3 lappig) ob ihr Adern gerade aus, parallel, verwirrt, oder krumm den Spitz ablaufend seyn? d) ob sie oben und unten gleich oder ungleichfarbig, und von welcher Farbe, oben, unten, im Frühling im Herbste seyen. e). Ob sie wechselweis an den Zweigen wie z. B. an der Eiche, oder paarweis, wie z. B. an Ahornen gestellt seyen.

§. 5.

Was von den Blühten?

a) Ihre Zeit:

Weil sie kurz ist, weil nach ihnen der künftige Wuchs

(Frotpflanzung) entnommen werden kann; weil während solcher Zeit im Forst kein Kohlhaufenbrand, auch sonst kein Feuer wegen dem für die Blühteu schädlichen Rauch gelitten werden soll ꝛc. ꝛc.

b) Die **Beschaffenheit**, ob sie **männlich**, oder **weiblich**, **auf einem Stamme getrennt**, oder **auf besonderen Stämmen**, oder ob sie **Zwitter** seyen?

Die Beschreibung ihrer Zeichen wird kürzer und leichter beym Augenschein selbst gegeben. Ihre Kenntniß ist aber unumgänglich, weil zur rechten Befruchtung (nämlich daß nicht der Saamen entweder ausbleibe, oder doch nur ein so tauber Saamen komme, der den Eyeren jener Hennen gleiche, wozu kein Hahn gekommen) nöthig ist, daß die Befruchtungs Feuchtigkeiten der männlich- und weiblicheu Blühten zusammen kommen. So bey Zwittern, (die beyderley Blühten in einer Blume haben) von selbst geschieht. Auch — obwohl nicht so leicht – bey jenen, die sie auf einem Stammen getrennt haben. Noch schwerer aber, wo die Blühten auf den Stämmen bald blos männlich sind, wo also oft ein sonst fällungswürdiger Baum oder Strauch, wenn er die übrigen zu befruchten hätte, mit Schaden gefället würde. Unter diese **Einblühtigen** gehören besonders alle Pappeln, und Weiden, einige Eschen, auch einige Kreuzdornen, der Kerzenbeer-Strauch, die Eibe,

be, der Wachholder. Unter die so männlich, und weiblich zwar getrennt, doch auf einem Stamme, haben, gehören die Buche, Birke, Eiche, Hagebuche, Hassel, Erle, Fichte, Lerche, Tanne, Föhre: Zwitter entgegen — oder sich selbst befruchtende sind der Ahorn, Apfelbaum, Berberis, Birnebaum, Brombeer, Epheu, die meisten Eschen, der Faulbaum, Ginster, Hallunder, Kornel, Linde, Quittenbaum, Rose (einfache) Schlingen = Schwalkenbeer, Spindel, Stechpalm, die Ulme, Vogelbeerbaum, Waldrebe. Aber all dieß ist nur im Durchschnitt richtig; denn Ausnahmen bey einzelnen Stämmen können sich, da man wohl auffallendere Spiele der Natur kennt, oft finden.

§. 6.

Was von den Früchten?

Ob sie bedeckt (in Kapseln, Hülsen) oder unbedeckt (wie z. B. der Eschensaamen) ob sie Stein = Nuß = oder Kernfrüchte, oder ob sie Beere mit einem, mehreren, wie viele Saamenkeren; ob die Saamen geflügelt, ungeflügelt seyn ꝛc.

§. 7.

Worinn besteht die Holzzucht?

Darinn, daß man die natürliche eigne Fort-

pflan-

pflanzung befördere, ihren Hindernissen wehre, auch die künstliche veranstalte.

Diese Holzzucht geschieht aber überhaupts

a) Durch die Besaamung.

b) Durch Stockausschlag, da beym gefällten nicht gar zu alten Laubholz (ausser bey den Ulmen, die dazu nie zu alt sind) die Stöcke von selbst neue Zweige treiben.

c) Durch Wurzeltrieb, da mancherley Bäume, wenn sie auch bereits oben selbst abstehen, neue Lohden (Sprößlinge) an ihren Wurzen hervortreiben.

d) Durch Steckreiser, da manche Holzart (meist doch nur Weiden) sich fortpflanzet, wenn ihre 8 bis 10 Schuh hohen, und 2 bis 3 Zoll starken Zweige abgeschnitten, ihrer Seitenaeste beraubet, mit dem dicken Ende einige Zeit in Wasser gelegt, endlich in eine Grube mit nassem Koth gesteckt werden.

e) Durch Ableger. Einige Holzarten leiden es, daß ein Zweig zur Erde herabgebogen, und mit dem Ende eingegraben wird, wo es sodann sich anwurzet, und darauf erst vom Mutterstamme getrennet wird.

Wie vielerley ist die Besaamung? welche Hindernisse, welche Hilfsmittel hat sie?

und worauf ist überhaupts dabey Rücksicht zu nehmen?

Die Besaamung ist entweder die **natürliche** durch den abgefallenen oder vom Winde beygetriebenen Saamen, oder die **künstliche**, da man die Früchte der Bäume (Sträucher) sammelt, ihre Keren losmacht (oder nach Beschaffenheit sie auch in ihrer Hülse läßt) also aus- oder unausgemacht in oder auf die gegebene Erde bringt.

Die **Hindernisse** der natürlichen Besaamung sind das zu sehr umherliegende Gesträuch, Laub, Spähne ꝛc. Wenn der Boden schon zusehr übergrasset, übermooset ist. Wenn die Mäuse, das Vieh, oder Wild, die Vögel den Saamen aufhollen; übelangebrachte Schläge, Vernachläßigung der Blühten, Rauch ꝛc. ꝛc.

Hilfmittel zu dieser Besaamung sind wohlangebrachte Schläge, die von stehenden Holz leicht besaamet werden können; darinn stehend belassene Saambäume; das aufreissen (wundmachen) des Bodens; manchmal sogar, wenn dieser ehevor beackert, und mit Getreide oder anderm bebauet wird ꝛc.

Bleibt

Bleibt die natürliche Besaamung aus, oder ist sie sonst nicht zu hoffen, so wird zur künstlichen geschritten, und diese erfordert, daß man vorläufig wisse

a) Die Zeit, wenn die Saamen, und

b) Die Weise, wie sie zu sammeln, zu behandeln seyen

c) Die Zeichen ihrer Güte

d) Ihre Dauer.

e) Die Erdart, die sie forderen, und die Lage.

f) Die Zeit ihrer Aussäung

g) Das Maaß des Saamens, und die Tiefe, die er erhalten soll

h) Die Zeit seines Aufgehens.

Zu a) Die Zeit der Reife des Saamens ist eigentlich die Zeit seiner Sammlung. So wird z. B. der Birkensaamen im Juli oder 7ber; der Ulmensaamen im Juni; der Tannensamen im 7ber und später, der Saame der Eiche, Mastbuche, der weissen Pappel, des wilden Obstes, der Kiefer, der Esche, Ahorn, Weißdorn, Winterlinde im 8ber; dann alle Nadelholzsaamen, der Erlensaamen, so auch erstere im 9ber gesammelt, die Ausnahmen davon werden eigentlich

Zu b)

Zu b) Durch die Weise der Sammlung bestimmt.
So kann z. B. der Erlensaamen auch im Frühling in den Bächen, wo er schwimmend gefunden wird, häufig zusammengefischet werden. Beym Nadelholz werden die Zapfen gebrochen. Die aber bey den Föhren im ersten Jahre nicht zeitig sind. Fichten, und Tannenzapfen von angepechelten Bäumen, auch die selbst abgefallenen sind verdächtig, die vordersten an den Zweigen, von gut gewachsenen Bäumen mittlern Alters empfehlen sich am beßten. Alle Zapfen werden durch abwechselnde Wärme, und Nässe, Dörren und Befeuchten am beßten aufgelockert, und so die Saamen ausgeklengt.

Zu c) Die Kennzeichen ihrer Güte sind verschieden. Bey einigen z. B. bey Eicheln, sind die so im Wasser oben schwimmen, unnütz. Bey andern muß man die Prüfung, im Kleinen, in einem Topf, in einem Treibhaus vornehmen. Einige kennt man seit untersuchter Blühte ihres Mutterstammes, ob da eine wahre Fruchtbarkeit zu hoffen war? Einige, ob sie nicht schon von der Fäulniß ergriffen, nicht ausgetrocknet, nicht schon aufgesprungen, verkeimet sind? ꝛc.

Zu d) Uebrigens gute, und gut verwahrte Eicheln, und Büchekeren halten sich über Winter im Sande, aber nicht länger. Der Birkensaamen einige Jahre, wenn er nicht so dicht liegt, daß er sich entzündet.

Der

Der Tannensaamen hält nicht, noch weniger der Fichtensaamen, ohngeacht dieser oft mehrere Jahre hintereinander nicht geräth. Der Linden und Hagebuchensaamen halt 1 bis 1 ½ Jahre, so der Eschensaamen, wenn er nicht trocken wird; der Erlensaamen hält sich nur kurz; der Zirblsaamen 2 Jahre; der Lerchensaamen 2 bis 3 Jahre, der Föhrensaamen 4 bis 5 Jahre. Im Durchschnitt genommen ist die Zeit, wenn sie aufzugehen pflegen, auch die Zeit ihres Verderbens; jene dauern also länger, die später aufgehen. Ich sage im Durchschnitte; denn allgemein bestättigt sich dieses (z. B. gleich bey der Lerche) nicht.

Zu e) Lage und Erdart müssen besonders untersucht werden, um jeden Saamen, Pflanze, an die ihnen entsprechende Stelle zu bringen. Ein hoh liegender Grund ist bey übrigens gleichen Umständen kälter, als ein tiefer; die Mittagsseite die wärmste; die Nordseite die kälteste; die Westseite des Windes halber die gefährlichste. Pflanzen, die Kälte, die trocknen Grund lieben (wie z. B. die Zirbl) in nasse, warme Thäler bringen; Pflanzen die Schatten lieben (wie z. B. die Ulme) in freyer Mittagslage pflanzen, würde fehlerhaft seyn. Ueberhaupts giebt magerer rauher Grund gutes, aber langsam wachsendes, darum weniger Holz; wogegen der fette Grund geschwindern, reichlichern Wachsthum, aber minder

gu=

gutes, mürberes Holz bringt. Das Nutzholz aus fetten Thälern pflegt dem aus magern Bergen an der Festigkeit weit nachzustehen. Auch soll der Saamen (die Lohden) nie zu sehr der Sonne ausgesetzt seyn, weil sie sonst von solcher zu sehr ausgezogen werden, da sie an den zu kleinen Wurzeln noch zu wenig Berührungspunkte, also zu wenige Sauggefässe haben, um so viele Nahrung unten erholen zu können, als ihnen oben entgeht. Nebenbey ist bey der Anpflanzung auf die Lage auch darum Rücksicht zu nehmen, damit der künftige Absatz möglichst erleichtert sey.

Was die Erdart betrift, so mag der Eiche ein schwarzer mit Kies vermengter; der Ulme ein feuchter — nicht nasser — nicht steinigter, der Sonne nicht ausgesetzter; der Esche feuchter doch gemischter; der der Erle nasser; der Birke jeder nur nicht fetter, zäher, tonigter; Linde mäßig frischer, trockner, freyer; der Zirbl in hoher kalter Gegend leimigt, und steinigter; der Tanne trockner frischer, nicht zu sandigter, auch nicht auf hohem Gebürge gelegener: der Fichte trockner mit Leim und Sand vermischter; der Lerche endlich jeder lockere nicht gar zu trockne Grund behagen.

Diese Erdarten aber wollen darum auch gekannt seyn.

Dieß

Dieß geschieht

a) Durch Beurtheilung der Güte, der Eigenschaft, und Quantität der schon darauf gewachsenen Holz- oder andern Pflanzen. Z. B. daß Hünerdärme, Erdrauch ꝛc. eine gute, Huflattich, Windkraut ꝛc. eine zähe tonigte Erde anzeigen.

b) Durch den Erdborer.

c) Durch Schlemmen, wenn man nämlich mehrere Schuhe tief ausgräbt, sie in einem Topf mit Wasser wohl begiesset, tüchtig umrührt, mehrere Tage ruhen, und sich setzen läßt, sanft abseichet, und abdämpfet, trocknet, den harten Rest spaltet; wornach sich schlichtenweis unten Stein und Sand, dann Ton, Lehm, Mergel; endlich beßere Erden finden werden. Die Quantität jeder Schichte bestimmt sodann das Urtheil näher: so wie

d) Wenn derley Erde gewogen, abgetheilt, dann davon ein Theil mit Scheidwasser, der andere mit Vitriolsäure bis zur Sättigung begossen, dann abgeschwemmt, getrocknet, wieder gewogen, und so ermessen wird, wieviel Procent Kalk- oder eisenhaltige Theile sie verlohren haben.

Zu f) Die Zeit der Aussäung wird eigentlich von der Natur selbst am beßten gelehrt. Sie ist die Zeit der Reife des Saamens, da aber auch, wie wir oben hörten, mancher Saamen länger hält, und die erstere

Aus-

Aussaat oft gehindert, oder nicht zum beßten ausgefallen ist, so kann, und muß oft auch spätere Aussaat vorgenommen werden.

Bey solchen Umständen kann die Aussaat des **Ahorns** im Monat April oder October; der **Birke** im December und Januar auf den Schnee; der **Buche**, und **Eiche**, der **Linde**, **Esche**, der **Föhre** im 8ber, der **Espe**, und **Ulme** im Brachmonat; der **Hagebuche** im November; der **Lerche** im März, und April; der **Fichte** im April und May; der **Tanne** im März und April, October und November, oder auch im December, und Januar auf den Schnee geschehen.

Zu g) Das Maaß des Saamens wird hier nach rein gemachten Saamen genommen, Uebermaaß schadet durch zu vielfache Zertheilung der Kräfte, so durch schlechtern Wuchs, zu große Sparsamkeit durch kleinern Erfolg: Angenommen nun, das Längenmaaß eines Landes verhalte sich zum fränzösischen wie 8 . 9, dortiges Kubickmaaß also zum französischen, wie 512 . 729, und daß das daselbst übliche Sch. 8'. 965.'' 500''' cub. solchen Decimal = Landmaaßes enthalte, und zu 6 Metzen, eine Juchert aber, oder Tagwerk daselbst zu □ 4000'. oder zu . 400. °□ genommen werde; so möchte folgendes Verhältniß dienen: daß nämlich ein derley Tagwerk zu besäendes Bodens, nach Verschiedenheit dessen, womit man ihn besäen wollte, 1 Schl. Eicheln,

oder

oder $\frac{1}{2}$ Schl. Birken, oder Ulmensaamen; 4 Metzen Eschen — oder Ahornsaamen, $\frac{1}{4}$ M. Erlensaamen; 2 M. Buchensaamen; 1 Schl. Hagebuchensaamen; 0,3156 Metzen Kiefersaamen; 0,6312 Metzen Tannensamen, und; 0,2053 Metzen Fichtensaamen kommen mögen.

Die Tiefe bestimmt sich im Durchschnitt nach dem Verhältniß der Größe des Saamens, so, daß, je feiner er ist, desto weniger Tiefe er liebt: so, wie z. B. die Eicheln selbst höchst 2 Zolle tief liegen wollen; die Ulmen = Birken = Fichten = Tannen, und Föhrensaamen aber gar keine Bedeckung leiden, sondern nur auf leicht aufgerissenen Boden zu liegen verlangen.

Zu g) Um zu wissen: ob solche Saat angeschlagen oder mißlungen habe, um also nicht zu viele Zeit mit Zuwart zu versäumen, aber auch nicht zu voreilig andere Vorkehrungen zu treffen, muß die Frist bekannt seyn, die jeder Saamen bis zu seinem Aufgehen verlangt:

Die Herbstsaat der Ahornen, Erlen, Föhren, Ulmen geht gewöhnlich im nächsten Frühling, ihre Frühlingssaat in 8 Wochen auf: die Herbst = oder Wintersaat der Birke, Eiche, und Buche geht gleichfalls im nächsten Frühling, die Frühesaat aber der Buchen, und Birken in wenigen Wochen auf. Die Hagebuche und Esche kömmt erst in 1 oder 2 Jahren, die Lerche im nächsten Sommer, die Sommersaat aber auch in einigen Wochen.

chen. Die Zirbl kömmt im 2ten Frühling, die Eiche aber erst in 2 Jahren.

Will sich nun der Saame in behöriger Zeit nicht zeigen, so wird, um nicht die Zeit, und den richtigen Schläge-Antrag noch mehr zu verlieren, auch, weil die Besaamung wegen dem sich immer mehr überrasenden Boden je später je schwerer geschieht, gleich mit der künstlichen Besaamung, oder Verpflanzung aus den Baumschulen nachgeholfen, so nämlich, daß beym Laubholz, an grossen Blössen die Besaamung, an kleinen die Verpflanzung eintretten muß, weil die letztere geschwinderen Erfolg verspricht, aber für große Strecken zu mühesam, zu kostbar seyn würde.

Deßwegen soll jeder Förster immer eine ergiebige Baumschule, und Saamen Vorrath haben, und beydes von Jahr zu Jahr immer frisch nachsetzen, er mag das alte verbraucht haben oder nicht.

§. 8.

Was hat die Holzzucht a) durch Stockausschlag b) durch Steckreiser und Ableger für sich Empfehlendes, was wider sich? c) Wie ist der Holzschlag bey der ersten zu führen, d) wenn ist der Holzschlag zu meiden, wie zu hindern?

Zu a)

Zu a) Der Stockausschlag giebt Ersparung der Mühe, die zur künstlichen Besaamung erfordert wird; er giebt ordentlicher Weise mehr Gewißheit des Erfolgs; auch Ersparung der Zeit, weil sich dieser geschwinder ergiebt. Darum Oekonomie des Holzes, weil man dessen in gegebener Zeit mehr als von der Besaamung erhält.

Dagegen geht er meist nur an Stämmen, die ihre Vollkommenheit noch nicht erreichet haben, sohin unausgewachsen sind, an. Denn sind diese in oder über der Zeit ihrer Vollkommenheit; so geben sie (die Ulme allein ausgenommen) keinen Ausschlag mehr, und man hatte vielleicht in seiner Erwartung den Antrag auf Besaamung unterlassen. Das vom Ausschlag erzogene Holz wird nie wieder so groß, als das vom Saamen, oder als der Mutterstamm war, und so können ansehnliche Waldungen nach mehreren auch ordentlichen Umschlägen doch sehr herunter gekommen seyn. — Schlagholz trägt auch selten Saamen, ist also davon weder auf natürliche noch künstliche Besaamung anzutragen, noch so großer Nutzen von seinen Früchten für Menschen oder Vieh, wie beym Saamenholz, zu hoffen.

Zu b)

Zu b) Die Holzzucht durch Steckreiser und Ableger geschieht leichter, und geschwinder, dafür aber nicht an allen, und nur an den minder edeln Laubholzarten.

Zu c) Beym Antrag auf den Holzausschlag soll der Hieb im Anfang sehr tief, dann allemal um 1 oder 1 ½ Zolle höher, und jedesmal schief, und so angebracht werden, daß das Wasser sich nicht auf den Stock aufhalten, und einsitzen könne.

Zu d) Im vermischten Holz ist auf den Ausschlag anzutragen unrathsam, weil der Nachwuchs nachhin entweder das Nadelholz, das nur vom Saamen kommen kann, also zurückbleibt, unterdrückt; oder wenn dieß stehen blieb, die Lohden des Ausschlags von ihm unterdrückt werden, und dadurch Klössen entstehen.

Um solchen Ausschlag zu verhüten ist das leichteste, und einfachste Mittel, a) derley Holz erst seinem Alter oder mit dem Nadelholz im späten Herbst zu schlagen, damit im Winter oder kalten Frühling sein Saft leide.

§. 9.

Worinn besteht die Forstpflege, und

wel-

welche Artickel verdienten dabey besondere Rücksicht des Forstmannes?

Die Forstpflege zielt darauf, daß der Forst, ohngeacht der daraus gesuchten Nutzung, doch bey Würden bleibe, gegen allen übermäßigen Schlag, gegen alle Hindernisse des Wachsthums, gegen alle Beschädigung geschützet werde, so ihm a) durch Waide überhaupts oder b) durch Schweine, oder c) durchs Wild insbesondere, dann d) durch die Jäger selbst, e) durch wildes oder Flußwasser f) durch Fahren, Gehen, Treiben, g) durch ungeschicktes Holzfällen, h) durch Laubrechen, i) durch Dachshauen, k) durchs Ausschnaiteln, l) durch Pecheln, endlich m) des Lohes, der Erdbeere halber ꝛc. ꝛc. zugefügt zu werden pflegen.

Zu a) bey frisch besaamten Schlägen, bey Anflug, und Jungholz, dessen Gipfel oder obersten Aeste noch vom Vieh erreichet, letztere angezogen, erster dadurch gebogen, gerissen werden können, ist sie lediglich nicht zu gedulten, die Spitze werden abgefressen, abgerissen, die Lohden zertretten ꝛc. Selbst bey stärkerem Laubholz, dessen Laub vom Vieh erreicht werden kann, soll das Vieh nicht eher als etwa im August, ein-

ge-

eingelassen werden, da das Laub schon bitter ist.

Aber — versteht sich, so lange die Stallfütterung nicht eingeführt werden will, oder kann, so lange also die Waide überhaupts besteht — lediglich alles Waidrecht in Forsten aufheben, finde ich hart, unnöthig, oft unthunlich, oft schädlich; was auch grosse Forstmänner, die bey zu einseitiger Rücksicht auf das bloße Forstwesen die zugleich nöthige Rücksicht auf anderwärtige Rechte zu vergessen scheinen, davon halten mögen. Man ists gewohnt zu sehen, daß ein bloßer Forstmann dem Forstwesen, wie ein Jäger dem Jagdwesen all anders unterzuordnen pflege.

Gewiß verdient die Aufrechthaltung des Viehstandes, und des mit solchem verbundenen Ackerbaues auch gleichen, wo nicht vorgehenden Schutz. Wie würde es aber an manchem Orte mit erstern aussehen, wenn daselbst alle Forstwaide die vielleicht die einzie durch den größten Theil der Waidezeit ist, gesperret würde? Sie sey **dem Forst schädlich**! Dieß ist nur unter Beschränkungen wahr: und sey sie es. Der Bauer

hat

hat nun einmal das Recht, ein ihm wichtiges, nöthiges Recht; der Forst hat die unwidersprechliche Servitut; und darf der Herr des Forstes solches Recht dem Domino praedii dominantis gleich einziehen, darf er solche Servitut gleich aufheben, weil er sie seinem Forst unbequem findet.

Die Waide ist auch gewiß den Aengern, die Durchgänge den Gärten, die Traufen, die Kloacker den benachbarten Häusern nicht bequem, nicht nützlich; hören sie darum auf rechtliche Dienstbarkeiten zu seyn? Die Sprache vom Recht muß also dabey allzeit in Vortrag kommen.

Zudem, wo soll das auch auf nackten Wiesen oder brachen waidende Vieh bey anhaltender zu großer Hitze, bey Ungewitter, bey rasenden Ungezìefer Abkühlung, Unterstand, und Schutz suchen? soll es statt all dieß unschädlich im nächsten Walde zu finden, dafür all solchem ohne Mitleid ausgesetzt bleiben, soll in sich den Grund zu Seuchen empfangen, indeß zugleich das beßte Futter für selbes im Walde verdirbt? Das Vieh wird sich bey solchen Umständen selbst von keinem Hirten davon abhalten lassen. Da-

bey entstünden nun doch unverdiente Pfändungen, und der Bauer würde sich ärgern seine ohnehin schon auf. 10 Ausgaben nöthigen Kreuzer noch für unvermeidliche Strafen aufbehalzu müssen. Ohne ordentliche Schläge wird ohnehin keine Forstpflege was taugen. Schläge können aber mit weniger Mühe und Kosten, als ganze Wälder, auch mit weniger Widerspruch der Waidrechtler, eingezäunet werden; so bleiben sie durch Waide unbeschädiget, und dem hohen Holz schadet diese — nichts. Sie nützet sogar, da sie die zu große Ueberrasung des Bodens hindert, dadurch und in anderweg die Mäuse abtreibt, den Grund dünget ꝛc.

Zu b) Von der Schweinmast in Eich- und Buchenwäldern kann auch vieles des oben gesagten gelten, und sie ist im Ganzen kaum abzustellen, ohngeacht sich mehr dawider als gegen die Waide des Rindviehes sagen liesse:

Zu b) 1mo. Die Eicheln und Buchkeren werden gar zu genau aufgezehrt, daß dabey die natürliche Besaamung leiden kann, weil

2do. Die Verzäunung der Schläge, wenn welche.

che sind, (oder der Pflanzungen) selbst die, unter keiner Hut stehenden, so lange Zeit im Walde sich aufhaltenden Schweine weniger abhält.

3tio. Haben sich die Schweine durch zu vielen Eichelfraß erhitzet, so graben und verwühlen sie den Boden, um kühles Lager, kühlende Nahrung zu finden, wobey oft die Wurzen leiden, und

4to. Auch den anliegenden Aeckern, Wiesen rc. Schaden geschehen kann.

5to. Selbst die Schweine würden zu Hause weniger Verlursts-Gefahr ausgesetzt seyn, und überdas in der Ruhe mit halb soviel Eicheln beßer, als im Walde bey beständiger Unruhe, weitem Umlaufen, vielmaligen wechselseitigen Neckereyen, Mangel an guten Getränken, unangenehmen Winde, und nasser Witterung gemästet werden können, und so würde es vielleicht noch Vortheil seyn die Eicheln lieber durch arme Leute und Kinder, etwa um $\frac{1}{4}$ des Fundes als Lesezehend, sammeln zu lassen, und dann verhältnißmäßig zu theilen.

So groß finde ich aber doch alle diese Einwürfe selbst nicht, daß ich hoffen möchte, sie würden wirklich den Vortheil, und die Bequemlichkeit der Waldmast ganz zurücksetzen, und aufheben; und so lange diese besteht, hat der Förster nur auf Ordnung zu halten, daß der Ein- und Austrieb zu rechter Zeit, in gehöriger, der vorgefundenen Mast beyläufig angemessener Zahl geschehe, das Mastgeld richtig bezahlt, und von ihm den Schlägen öfter nachgesehen, die Schweine davon abgeschrecket, abgewohnet werden.

Zu c) Gerade so verhält es sich mit dem Wilde. Dieß ist unläugbar dem Forst schädlich, soll es darum ganz vertilget werden? Alles Wild hasset die Dickungen, wie sie in guten Schlägen kommen, benagt den Anflug, zertritt ihn. Was das Schwein schade, haben wir so eben gehört. Der Hirsch möchte allerley Holz untereinander, auch Schilf und Geröhre; die jungen Aeste schlägt er mit Stangen ab; er zernagt die jungen Rinden; er und alles Rothwild schält das Jungholz; frißt die Birken an; es fegt, es reibt sich an solchen; liebt besonders das bittere, harzige Holz, als Tannen, Fichten, Föhren, Espen,

Espen, Erlen, Elzenbeerbäume. Sogar der Hase kneipet die jungen Aeste ab, um sich ein Lager zu machen, und er schält im Winter die jungen Buchen, und Eichen. Ausser allem diesem würde die Besaamung schon von den Mäusen, Hehern, Eichhörnern ꝛc. leiden, und der Fuchs würde als Hasen- und Mäusejäger dem Forst nützen, wenn er nicht andern Theils mit seinem Baugraben den Wurzen der Bäume Schaden zufügte.

Vielen dieser Nachtheile (freylich nicht allen) kann dadurch vorgebauet werden, daß man ordentliche Schläge hält, und sie wohl verwahrt, daß man im Winter dem Wilde selbst vorhauet, und für seine Nahrung sorget ꝛc.

Zu engbrünstig im kleinen darf und soll man aber nicht seyn, denn die Mühe würde lächerlich, und umsonst angewandt, würde verlohren seyn; auch ist, was uns schädlich scheint, es nicht allemal wirklich.

So würde sich z. B. ein Förster, der viele Spechte in seinem Forste sähe, und sie darum, weil sie die Bäume anpickten, vertilgen wollte, seinem Herrn nicht gut empfehlen. Der Specht pickt

nur,

nur, wo er unter der Rinde Insekte weis; diese Nahrung ist ihm um so eher zu gönnen, je schädlicher sie den Bäumen selbst sind, je größer ihre Vermehrung ist. Wirklich bedürfte es manchmal nur der übelangewandten Mühe, alle Spechte im Walde auszurotten, um den Wald selbst bald abstehen zu machen, der Jäger selbst

Zu d) Der bloße Jäger, kann dem Forst nützlich, er pflegt ihm aber auch oft schädlich seyn.

Nützlich ist er:

1mo. Wenn er eine schlechte Behandlung den Abschwand des Waldes, ahndet, anzeigt, hindert z. B. dem Ausleuchten sich entgegen setzt, und auf Erziehung dickerer Wälder dringt, nicht zugiebt, daß der Wind eingelassen werde ꝛc.

2no. Weil ihn, der den Forst insgemein fleißiger, als der Förster, besucht, die Holzdiebe, die Lohreisser ꝛc. scheuen müssen; weil er allen Schaden, Unfug, Fehler, überhaupts alle Umstände, die vielleicht dem Auge des Försters entgehen, entdecken, und eröffnen kann.

3tio. Wenn er das dem Forst insgesammt schädliche Wild zwar zu erhalten sucht, aber nicht auf dessen Vermehrung, eher auf seine allmälige Verminderung anträgt, aber

Schädlich ist der Jäger dem Forst

1mo. Wenn er — der die beßte Gelegenheit dazu zu haben weis — selbst zugleich auf Holznützungen, als Pecheln u. d. gl. ausgeht.

2do. Wenn er die verzäunten Schläge öffnet, um das Wild in dem Anflug seine Nahrung suchen zu lassen.

3tio. Wenn er sich der Schläge-Behandlung widersetzen, und unter dem Vorwand: die Riegel, oder Wechsel erhalten zu müssen, den Förster an guten Einrichtungen hindern will.

4to. Wenn er zu allerley Gebrauch viele Aeste oder Jungholz haut.

5to. Wenn er an gefährlichen Orten, oder zur Unzeit Toback rauchet, gar Feuer anzündet.

6to. Wenn er, um seine Gänge, Schnepfenlucken, Richtstätte zu erhalten, daselbst keinen Anflug aufkommen läßt.

7mo.

7mo. Wenn er, seinem Jagdherrn zur unzeitigen Ergötzung, oder auch dem Forstherrn, oder Förster zum Troz, grosse Jagden, gerade zu solcher Zeit, als man in der eifrigsten Forstnüzungsarbeit begriffen ist, anzustellen sucht; daß also die Leute des Forstherrn denen des Jagdherrn mit des erstern Schaden ausweichen, daß manchmal Uneinigkeiten zwischen den Herren selbst entstehen müssen.

Kurz! wenn er — eine Erbsünde der meisten, die blosse Jäger sind — glaubt: daß der Wald nur seines Wildes halber dastehe; daß das Forstwesen der Jagdbarkeit untergeordnet, an seinen Schweinen, Hirschen, Rehen, Füchsen, und Hasen mehr als am Holz gelegen, also so viel Wild als möglich zu ziehen, zu erhalten, diesem zu lieb auch Schilf, Geröhre, Farrenkraut ꝛc. anzulegen seyen.

Gegen all dieses ein wachsames Auge zu haben, allen Unfug mit Bescheidenheit zu ahnden, mit Standhaftigkeit abzustellen, erfordert die Pflicht des rechtschaffenen Forstmannes.

Zu e) Das wilde Wasser, die Gießbäche im Gebürge (torrentes) die bald ganz ausbleiben, bald

bald fürchterlich einherstürmen, müssen zur guten Zeit in ihrem Ursprung untersucht, und überlegt werden, ob ihnen nicht so viel möglich, der Weg geöffnet werden könne, daß sie etwa von oben liegenden Schnee, Seen, Pfüzen nach und nach abfliessen; daß, wenn sie auch gähe kommen, sie immer den ungefährlichsten Rinnsal offen finden; daß sie, nach Thunlichkeit, einen andern, minder schädlichen, einem benachbarten Fluß möglichst nahe zu gehenden Rinnsal erhalten; zu sehen: wie sie etwa geflissentlich abzuwarten, und dann vielleicht zum Vertrieb des ausserdessen schwer auszubringenden Scheit- oder andern Holzes, zu Wegräumung grosser Steine und abefallenen Felsenmassen ꝛc. zu benützen seyen ꝛc.

Flüsse können zum Absaz des Holzes ꝛc. dem Forsteigenthümer vom äußersten Nutzen seyn. Sie können aber auch schaden, wenn sie den Waldgrund unterspülen, und wegnehmeu; wenn sie bey Ueberschwemmungen das liegende Holz mit fortführen, vielleicht das stehende selbst um, und fortreissen.

Das

Darum hat der Forster emsig zu wachen.

1mo. Daß dießseits am Gestade die nöthigen Beschlächte in gehöriger Stärke, mit dem vortheilhaftesten doch möglichst unkostspieligen Bau, hergestellt, erhalten, verbeßert, erneuert werden; so zwar (wie solches ein Forstmann, besonders ein Forstgeometer, wohl wissen soll, und darum wohl erinnern darf) daß solche Beschlächte ihre Wasserseite nicht perpendikulär, sondern schief, mit einer Neigung gegen das Land, erhalten, wobey der Anstos des Wassers getheilt, und viel unschädlicher wird.

2do. Daß nahe am dießseitigen Gestade kein Holz, oder andere Lasten gelegt werden, als wodurch nicht nur solche Lasten selbst der Gefahr näher ausgesetzt sind, sondern auch dem Gestade geschadet wird. Der Einwurf: daß man doch die Flozzbäume an die sogenannten Risen (Abfallstätten für die ins Wasser bestimmten Bäume) nahe am Gestade legen müße, hebt sich dadurch, daß solche zur baldigen Abfuhr ohnehin bestimmet, und ordentlicher Weise auf einwärts gehenden langen Quer- oder Lagerhölzern so zu legen seyen, daß ihr Druck eben dem Gestade nur zum Theil zukommen kann. Aber die Gefahr der Fortschwemmung bleibt immer, wie sie schon mancher schwer empfunden hat.

3tio. Es ist zu wachen, daß nicht der Nachbar, jenseits des Flusses, statt sein Gestade gleichfalls mit blos-

sen

sen Wehrwänden zu beschützen, etwa mit Wurfgebäuden den Strom herüber zu drängen suche.

4to. Es ist zu speculiren, wo etwa am Fluße mit Vortheil eine Schneid — oder andere Mühle, oder — wo der Absaz des Holzes selbst nicht fort will — Ziegel- oder Kalköfen, Schmelzwerke, Pottaschensiederenen, Glashütten ꝛc. anzulegen wären. Es versteht sich: daß das zu solchen Gewerken nöthige Materiale möglichst nahe zu haben, daß auch Rücksicht auf die möglichst geringe Ferne anderer Bedürfnisse, als der Brunnquellen, Wege, Strassen ꝛc. zu nehmen seyn müßte.

Zu b) Hergebrachte Fuß- Trieb- oder Fahrwege müssen, als rechtliche Dienstbarkeiten immer, oder in etwa bestimmten Zeiten, offen bleiben.

Wer sich aber außer dem zu Fuß, zu Pferde, mit Fuhrwerk, oder Viehtrieb im Walde betretten läßt, wird zur Frage gestellt, nach Befund gepfändet, geklagt, gestraft. Beym Reisefuhrwerk wird nur der Fahrende zur Rede genommen, der Geführte bleibt ordentlicher Weise ungekränkt. Man muß überhaupts den Forst von fremden Zutritt so rein als möglich zu erhalten suchen. Jedermann muß darinn alsogleich die Ursache, den Zweck, den Grund, oder das Recht seines Daseyns angeben. Wo Spuren von Menschen, Vieh, Fuhrwerk — außer wo und was ohnehin bekannt ist — gefunden werden, sind solche gleich zu verfolgen. Nichts zu melden: daß derley Wege endlich zur Dienst-

barkeit

barkeit erwachsen können; es pflegen auf solchen dem Forst in anderwegen allerley Nachtheile zuzugehen.

Zu g) Wer des Holzes zuviel schlägt, wer es an unschicklichen Ort schlägt, und dadurch den Wind einläßt: Wer es zur Unzeit schlägt, und dadurch frühere Fäulniß rc. desselben, also auch baldigeres Wiederbedürfniß veranläßt: Wer nicht nach wohlangebrachten Schlägen schlägt rc. der ist als Feind des Forstes, werth, bis er sich beßert, nichts von dem Nutzen mitzugenüssen, den die Förste der Menschheit leisten.

Zu h) Des Laubrechens halber kann man wieder schwer umhin mit einigen grossen Forstmännern verschiedener Gesinnung zu seyn. Sie finden alles durchaus schädlich, wünschen es ganz aufgehoben zu sehen; rühmen das Laub als vortheilhafter Dünger des Waldgrundes; schildern entgegen den Schaden, der durch das Laubrechen überhaupts dem Forst zugefügt wird.

Daß, wenn das Laubrechen ohne Aufsicht, mit was immer für Rechen, und wann immer beliebig, geschieht, mancher Unfug unterlaufe, manches Laub erst abgestreift werde, manche Lohden ausgerissen, manche Bäume beschädigt werde, manches Holz durch Entwendung entkomme, durch angezündetes Koch = oder Wärmefeuer Gefahr entstehen, das Wild verscheuet werden könne rc. ist nicht zu widersprechen. Muß aber der Mißbrauch einer sonst guten

ten Sache gleich den guten Gebrauch derselben aufheben? Wenn das Laubrechen an ausgezeigten Stellen, zu bestimmten Zeiten, mit hölzern (nicht mit eisernen) Rechen, mit Besen, unter gehöriger Auf- und Nachsicht geschieht, kann es wohl dem Forst nützlich, aber nie schädlich werden. Es wäre allemal verzeihlich sich einigen Unwillen anwandeln zu lassen, wenn man immer so überhaupts vom Lohden ausreissen sprechen hört: Man kennt dabey deutlich, wie der Forst behandelt werde? Wo der Forst, wie er soll, nach ordentlichen Schlägen gehalten, diese gehörig bebauet, verwahret werden, da wird auch in solchen Schlägen gewiß nicht Laub gerechet, also auch keine Lohden ausgerissen; im hohen Holz aber braucht man sodann um den, ohnehin meist der Unterdrückung ausgesetzten Anflug nicht so sehr zu sorgen. Und wenn auch jung und altes Holz untereinander gehalten werden soll, wo soll die Besaamung herkommen, wenn der Saamen vor dick aufliegendem Laube nicht zur Erde kann?

Was nützet der späte Dünger (z. B. vom Buchenlaub, welches sogar auf Miststätten, bey so strenger anderwärtiger Gährung, oft nach ganzen Jahren nicht faulen will) im Walde, wo indessen der auf solches gefallene Saamen längst unnütz hätte verfaulen müssen? Man weis ja Orte; wo, durch so zu sagen glückliches Unglück, ein Brand im Waldboden entstand,

stand, der also die Laubdecke verzehrte, und wo bald hernach zur Verwunderung die ehehin immer vermißte Besaamung in den schönsten und häufigsten Lohden sich zeigte:

Einmal! den Nutzen, den das Laub dem Landmann in der Sträue und dem Dünger schaft, giebt selbes dem Forst gewiß nicht, und auf das ganze dächte ich: sollte doch allemal Rücksicht genommen werden.

Zu i) Das Dachshauen (das Abhauen der Aeste des Nadelholzes) kann, wenn es ohne Ordnung oder Aufsicht geschieht, sehr schädlich werden, und wäre bey solchen Umständen lediglich nicht zu gedulden.

Aber es ganz einzustellen ist unnöthig, wäre sogar schädlich, weil der Landmann dadurch die ihm so nöthige Sträu, und davon noch bessern Dünger als vom Laube erhält. Hält man den Wald nach ordentlichen Schlägen, so giebt nicht nur das so eben gefällte, oder zu fällende Holz, sondern auch jene Schläge, die in nächsten Jahren zum Schlagen bestimmt sind, diese Sträue ohne Nachtheil des Forstes. Welches zum Theil zu k) und l) eben so von Bücheln und Lohereissen unter nöthigen Beschränkungen gilt. Pech und Lohe sind nothwendige Artickel, und nur so werden sie unschädlich erholet. Die Pechler-Ordnungen geben hierüber das mehrere; wann? und wie hoh? wie tief? welche Bäume anzureissen seyen? Ueberhaupts sind die heissen Sommermonate, das junge

Holz,

Holz, den Pechlern zu ihrem Geschäft verbothen, das sie doch gerade am liebsten treiben, weil in der Hitze das Pech am liebsten, so wie am Jungholz häufiger fliesset.

Man lasse ja keinen Pechler in den Verbothmonaten den Wald betretten. Sie pflegen verstohlnerweise anzuhauen, und fangen sodann in den offnen Monaten erst zum Schein an zu pecheln, eigentlich das schon angeflossene Pech eilig zu sammeln.

Die Regel: daß der nämliche Baum nicht alle Jahre hintereinander, sondern in ausgesetzten Jahren anzupecheln sey, mag in unforstlich, nicht nach Schlägen behandelten Wädern anwendbar seyn, aber wo nach Schlägen gehölzet, und in eben der Ordnung gepechelt wird, ist sie soviel als überflüßig.

Zu m) Die Sammler der Erd= oder anderer Beere sind ins Aug zu fassen z. B. ob sie nicht ihren gesammelten Vorrath in Baumrinden vertragen, welches allerdings strafbar, und nie zu dulden ist. Selbst Rinden vom gefällten geschälten Holz eigenmächtig zu nehmen darf ihnen nie erlaubet seyn.

Zu n) In Kiefernwäldern soll gar nie; auch in andern nicht zur Zeit der Blühte; nicht, außer in Blößen; in noch unbesaamten Schlägen einiges Feuer der Holzhacker, der Kohlenbrenner, der Wegemacher, der Jäger, der Wanderer, am mindesten des Landfahrenden, und Bettelgesindes geduldet werden. Kömmt zum Unglück der Forst doch in Brand, so ist aus nächsten

sten Dorfschaften möglichst eilige, möglichst zahlreiche Hilfe zu holen, die vorzüglich auch darinn besteht, daß an einer noch unbeschädigten Strecke der Wald einige Schritte breit durchgehauen, und daselbst ein tiefer breiter Graben gezogen, so also wenigst die Fortsetzung des Brandes abgeschnitten werde. Das an der Brandstätte stehende angebrannte Holz wird nachhin bald geschlagen, verkohlet, oder sonst nach Thunlichkeit verwerthet; der Platz, wenn er nicht Hoffnung zur baldig natürlichen Besaamung aus benachbartem Holze giebt, mit künstlicher Bsaeamung behandelt.

§. 10.

Wie vielfach ist die Forstnützung? welche ist die größte? wann? wie wird sie vorgenommen?

Die Forstnützung geschieht a) am Laube b) an den Früchten, c) an der Rinde, d) am Bast, e) derley Theile sind officinel, oder in Apotheken brauchbar, f) am Pech, g) an Saft ꝛc. h) an Holz.

a) Das Laub ist brauchbar entweder

1mo. Zur Sträue, wie z. B. das Buchen = das Eichenlaub ꝛc. oder

2do. Zur Fütterung, wie das der Ulme, der Espe, Erle, Esche, ꝛc. dann der Birke, der Hagebuche, der Linde, und Pappel für Schaafe

3tio. Zur Gärberey, wie das der Pappel, des Hollunders, der Erle, oder

4toe Zu guter Lauge, wie das der Buche ꝛc.

Zu b) Die Früchte sind:

1mo. Zur Speise, wie Berberisbeer, Haselnüsse, Brombeere, der Hollunder ꝛc.

2do. Zu Eßig oder Brandwein, wie die Arlsbeere Vogelbeere, Brombeere ꝛc.

3tio. Zu Farben, wie die Kreutzbeere ꝛc.

4to. Zur Mastung, wie die Eicheln, Buchekeren, selbst die Vogelbeere zu Hüner = und Schaaffutter, dann die Schwalkenbeere für Schweine ꝛc.

5to. Zur Voglmast, wie die Voglbeere, Schwalken = und Schlingenbeere, die Kreuzbeere ꝛc.

Zu c) Die Rinde dienet

1mo. Zur Gärberey, wie die von der Birke, Esche, Voglbeerbaum, Lerche, Kastanienbaum ꝛc. oder

2do. Zur Färberey, wie die von Berberis, Schwarzdorn, Hollunder, Kastanienbaum, Kreuzdorn, Hagbuche, Esche, Erle ꝛc.

Zu d) Der Bast dient zu Sailen, zu Matten ꝛc. von den Linden, Ulmen.

Zu e) Zur rechten Zeit angebohrt — geben einen guten Saft die

Birke, der gemeine Ahorn (acer pseudo platanus) der Spitzahorn (acer platonaides) der Maßholder, die Linde.

Zu f) An den Blühten erwächst der Nutzen z. B. für die Bienen von

der Aspe = Buche = Esche = Hasel = Heide, Schwarzdorn = Linde ꝛc.

Zu g) Officinel sind, oder wurden einst dafür angesehen die meisten z. B die Tanne

deren junge Sprößlinge sollen als Thee für cachectische Personen; die Zapfen in Bier gekocht, und dieß getrunken wider den Scharbock; der Saamen zu Nerven = stärkenden Umschlägen; das Oel des Harzes zu Stillung der Zahnschmerzen, die von Erkaltung entstehen, dienen; das flüßige Harz dient zu Pflastern, das trockne zu Weihrauch.

Die Früchte des Schwarzdorns

(Die Schlechen) sind anziehend, sollen den Magen stärken, wider den Stein dienen, das infusum der Blühten mit Wein purgieren ꝛc.

Wacholder das Holz kömmt unter die Holztränke, die

die Beere zur Räucherung, und sollen genommen, den Stein treiben helfen.

Esche war als Wundholz bekannt, welchen Namen es auch noch hat.

Hasel, aus dem Holz soll mit dem Geist ein Oel übergehen (oleum hieraclinum rolandi) so wider die Fallsucht, wider die Würmer dienen, die Schmerzen stillen soll.

Birken = Wasser soll den Urin treiben, also wider den Stein, die Wassersucht, die Gelbsucht, auch wider die Krätze dienen.

Lerchen = Schwamm purgiert gut, ohne Hitze oder Schwäche zu machen, soll aber mit Ingwer versetzt seyn.

Hartriegel, die Blätter und Blühten mit Ziegenmilch infundirt sollen wider die Durchbrüche, wider den Scharbock, als auch Gurglwasser dienen.

Linden, Blühtewasser dient in hitzigen Krankheiten.

Hollunder, die Blühten und grünen Rinden zertheilen, sollen auch purgieren. Die Beere geben gesunde Speise, die Schwämmgen in Wasser gelegt geben ein lubricans für böse Hälse.

Kreuzbeere purgiren.

Mehlbeere sollen den Schleim, den Auswurf befördern.

Voglbeere adstringiren.

Zirblnüsse dienen für schwache, schwindsüchtige Personen; sollen zu Emulsionen besser als die Sem. 4. frigida maj. oder min. seyn.

Felber : Blätter sollen äusserlich an Wunden trocknen, anziehen, heilen.

Zu h) Die Benützung an Holz ist nun im Durchschnitt wohl die nöthigste, die beträchtlichste.

§. 11.

Wie giebt sich diese letztere Benützung?

Sie theilet sich a) in Rücksicht auf Holz: in die Benutzung von **Brennholz**, **Bauholz**, und **Nutzholz**

b) In Rücksicht auf die Fällung in die Zeit, **Weise**, **Maaß**.

Zu a) wird unter Brennholz alles, was zu Küchen, Oefen, was zu Brennen bestimmt wird, also auch das Kohlholz verstanden.

Unter Bauholz alles, was zu Wohn- oder Wassergebäuden, zu Brücken 2c. gehört.

Unter Nutzholz alles, worinn Tischler, Dreher, Kiefer, Wagner 2c. ihre Arbeit finden.

§. 12.

Wann ist die Zeit der Fällung?

Sie

Sie wird abgenommen, und bestimmt a) nach der Gattung des Holzes, b) nach dem Orte, wo es steht, c) nach dem Bedarf, d) nach dem Zweck.

Zu a) So wird das Nadlholz eigentlich zu Anfang des Winters; das Laubholz, so aus dem Stock ausschlagen soll, im Frühling geschlagen. Darnach bestimmt sich auch die Fällung des Reifeholzes, und des Holzes, so Bast geben sollen ꝛc.

Zu b) An Ebenen bleibt man bey der Regl; in Gebürgen, wo im Winter nicht wohl mehr beyzukommen ist, wo also das Holz früher geschlagen, und an bequeme Abfuhrpläze für den Winter hingetrieben (gefällt, gestürzt, gewalzet ꝛc.) werden muß, wird davon abgewichen.

Zu c) Wenn z. B. eilige Nothwendigkeit von Wassergebäuden, u. d. gl. entsteht, und also das nöthige Holz nicht schon in Holzmagazinen vorhanden ist, haut man ohne Rücksicht auf die Zeit.

Zu d) Die Fällung des Brennholzes hat — für sich selbst — der Zeit halber weniger Bedenklichkeit, als die des Bau- und Nutzholzes, weil das Bau-Holz nicht zur Zeit, da es im Saft ist, geschlagen werden soll; da es sonst zu bald wurmigt wird, auch seiner größern Schwere halber nicht so leicht zu behandeln ist; und weil überhaupts die Sommerschläge leicht Irrung in die übrigen Forstanstalten legen, vielen Widerspruch der Jäger erfahren ꝛc. Eine Regel, die aber wieder ihre Aus-

nahmen

nahmen z. B. bey jenem Bauholz leidet, das unter die Erde, oder ins Wasser kömmt, als wohin das des Saftes halber der Nässe, sohin der Fäulniß, mehr widerstehende grüne Holz besser taugt.

§. 13.

Wie viel Holz soll und darf gefället werden?

Eigentlich soviel, daß a) nicht zu wenig gefället werde, also das auf dem Forst liegende Kapital sich redlich verzinse — und b) daß dessen nicht zu viel geschehe, sondern der Wald noch eben so erträglich für die Nachkommen, das Kapital also unangegriffen bleibe; daß also, wenn der ganze Wald nach und nach durchgeschlagen ist, man versichert sey, wieder mit gleichem Vortheil vorne anfangen zu können.

Zu a) Haut man weniger als der Wald jährlich erträgt, so zieht man nicht nur den daraus gebührenden Nutzen nicht, sondern man hat dabey oft noch wirklichen Schaden, wenn z. B. gerade das Holz, woraus ich heuer etwa A fl. erlöset hätte, mir nach den Jahren, in welchen ich unnöthig, und unvorsichtig die Fällung gespart hatte, etwa abschätziger geworden ist, und weniger trägt, indessen nicht nur der Nutzen von obigen A fl. selbst unterblieb, sondern auch bis dahin schon Jungholz an nämlichen Platze stehen könnte. §. 14.

§. 14.

Wie bestimmt sich dieß Maaß näher?

Im Durchschnitt genommen durch die Jahre, worinn der Baum in seiner Art die möglichste Vollkommenheit auf dem gegebenen Grund erreicht: So geht z. B. der Schlag des Nadelholzes in rauhen Gegenden später, als in guten, er geht in. 80, 90, 100, oder erst in 120 Jahren an.

Ein anders ist bey Birken, Erlen, Weiden rc. die aus nämlicher Ursache viel frühere Abtriebe leiden, so wie, wo nur auf Reife, auf Bast, auf kleines Nutzholz rc. gehölzet wird.

§. 15.

Dagegen wird aber erinnert: wie man sehe, daß an vielen Orten Nadlholz zu Brennholz geschlagen wird, das doch kaum noch 1 Schuhe oder noch weniger über den Stock hat, also wohl noch nicht ausgewachsen seyn kann. a) Wann geschieht dieß? b) Hat es kein Bedenken?

Zu a) An Orten, wo der Mangel an größerm Brennholz durch ältere Forst = Fehler schon eingerissen ist; an Orten, wo wirklich das Holz nie größer wächst, son=

sondern bey gewissem Maaß und Jahren schon abstän-
dig wird, muß man schon früher zugreifen. Zudem wollen manche Förster größern Nutzen daraus berechnen, indem sie behaupten: daß, da das Holz in seinen Jugend-Jahren mehr als in den spätern wächst, man diesen spätern Wuchs nicht abwarten, sondern gleich z. B. an etwa 40 jährigen Holz zuhauen müsse; weil ein Wald, der solchergestalt in 90 Jahren 2mal gefället wird, in Summa mehr Holz, als der einmal geschlagene geben müsse. Aber

Zu b) Man lasse diese Rechnung gelten, so hebt sich doch dieser Scheinvortheil durch die Güte, weil ausgewachsenes Brennholz ungemein besser, als das junge Holz feueret, und hitzet, wieder auf. Woher bekömmt man auch bey solcher Behandlung gute Baustämme, und Schneidbäume? Wenn übrigens die natürliche oder künstliche Besaamung nur ein wenig unterbleibt, so wird die Holznoth augenscheinlich größer, daß man endlich 20 jähriges Holz wird fällen müssen. Und diese Besaamung leidet um so gewisser, weil die brauchbarsten Holzarten z. B. gleich die Tannen, vor dem 40sten Jahre wenig, oder gar keine guten Sammen tragen, und auch dieser oft 3 bis 4 Jahre hintereinander nicht zu gerathen pflegt.

§. 16.

Um also das Maas der Holzfällung sicher

cher zu treffen, kommt es auch auf ihre Weise an:

Zu b) Kann jeder Forst nur nach Schlägen räthlich behandelt werden.

Nach solchen Schlägen (Theilen des Waldes) nämlich, die nach der Güte des gegebenen Grundes, nach der Gattung und dem Bestand des Holzes so berechnet sind, daß, wenn nach und nach alle Släge geschlagen worden sind, die ersten wieder sicher herangewachsen, zur 2ten Fällung reif geworden seyn.

§. 17.

Man sieht so manchen Wald, worinn nicht nach Schlägen geholzet, nur das Holz nach Gutbefinden da und dort zur Fällung angemerket wird. a) Es muß doch auch dieß seine Ursachen — b) die Regel: man soll nach Schlägen holzen; muß doch auch ihre Ausnahmen haben?

Zu a) Die meisten Förster sind Feinde ordentlicher Schläge. Es ist unausstehlich, oder auch unterhaltend, mit welcher Selbstgenügsamkeit mancher auf die Frage: wo dieß oder jenes

Brenn-

Brenn- oder schlechtes Bauholz im Walde hergenommen werden soll? Alles mit dem so gewöhnlichen als pinselmäßigen Spruch: man müsse die bußwürdige (abständige, beschädigte, aus- oder übelgewachsene) Waare zusammen suchen, gesagt zu haben glaubt; denn, erinneren sie mit bedeutender Miene: einzelne abständige Stämme gehen nicht mehr zum Nutzen; sie benehmen unwürdig einem sonst kommenden Anflug den Platz; erzeugen Inseckte, besonders den Brandwurm, der sodann auch gesunde Bäume ergreife; bey Bau- und Nutzholz könne man nicht jeden Stamm brauchen, man müsse sie also aussuchen dürfen; das Ausläutern des schlechtern Holzes sey noch allenthalben gewöhnlich; bey Schlägen müße man auch junges Holz mitnehmen, und anderswo das schädliche stehen lassen, wofür es also doppelt Schade sey ꝛc. Mit dergleichen Scheingründen und Ausreden suchen sie nun immer jede einzelne Holzabgabe theilweise im ganzen Walde herumzuspielen, und so freyer in ihrer Disposition zu bleiben. Sind dabey unklug genug zu glauben: daß Niemand das Seichte ihrer Gründe einsehen, ahnden, daß es niemand erkennen werde, wie z. B. gerade bey ihrer Holzungsart immer beynahe eben so viel Holz vom gefällten niedergeschlagen als gefället

fället wird; daß dabey gar nie auf gleichwüchsiges Holz anzutragen sey, welches doch bey Schlägen, wenn diese auch im ersten Umtrieb ungleiches Holz geben, sicher bleibe, und daß alle jene Gründe, die gleich unten für die Schläge vorkommen, die Schädlichkeit obigen Benehmens zu laut beweisen.

Zu b) Entsteht z. B. so eben ein dringendes Bedürfniß, eine gegebene Zahl Baustämme gegebener Größe zu fällen, und solche sind gerade da, wo der Weg träfe, nicht zu haben, so müssen sie gleichwohl in einem andern Theil des Waldes, aber auch dort wieder so viel möglich, beysammen, sohin schlägemäßig, zu fällen gesucht werden, geht auch dieß nicht an, so mögen sie gleichwohl wie immer zusammen gesucht werden, weil doch die vorausgesetzte Nothwendigkeit den übrigen Nutzen des Forstes aus allem Bedacht verdrängt.

Auch ist die Forstbehandlung nach Schlägen z. B. in Eichwäldern nicht so, wie in andern thunlich; denn so ein Wald müßte einige hundert Schläge bekommen, also der Umtrieb auf so viele Jahre festgesetzt werden, welches mit keiner so großen

Verläßigkeit ausführbar seyn würde. Indessen ist doch auch dabey von der Schläge-Behandlung nicht so sehr abzuweichen, daß nicht wenigst die zur Fällung bestimmten Eichen möglichst nahe beysammen genomen werden, um den Arbeitern, den Fuhrleuten die wechselseitige Hilfe zu erleichtern, um die nachfolgende Besaamung eher zu befördern rc.

§. 18.

Welche Gründe also lassen sich für die Forstbehandlung nach Schlägen hören?

a) Nur bey Schlägen kann man den Waldplan zu Hause benützen, sonst nützet er, ausser der Kenntniß seiner Gränzen so viel als nichts.

b) Nur so weis man allemal, daß der Forst nicht zu wenig, nicht zu viel benützet werde; daß das Kapital nicht zum Theil öde liege, aber auch nicht selbst angegriffen werde.

c) Nur so kann auf den jährlichen Ertrag sichere Rechnung gemacht werden.

d) Viele Processe zwischen Herrschaften, Unterthanen, Förstern, Jagdherren rc. werden abgeschnitten, gehindert.

e) Bey

e) Bey herrschaftlichen Fideicomiß- bey Stiftungs — bey Gemeinds Wäldern bleibt der zeitliche Nutznieser, ohne Schaden, sicher vor einsmaligen Vorwurf, der künftige vor Gefahr.

f) Die Diebereyen werden leichter gehindert, entdeckt, wenn in jedem Jahre nur an einem, oder 2 höchst 3 bestimmten Plätzen gehauen, als wenn erlaubet wird mit der Axt den ganzen Wald zu durchlaufen.

g) Eben darum sind auch die Holzhauer beysammen, und so in allerley Betracht minder gefährlich, ihr Fleiß ist beßer zu überschauen.

h) Die Holzausfuhren geschehen auf wenigern Wegen, sind also minder schädlich. Verbothene Ausfuhren werden leichter entdeckt.

i) Der Forstmeister, Oberförster, kann ein größeres Revier mit weniger Mühe besorgen.

k) Er selbst kann weniger untreu werden.

l) Das Holzfällen macht am stehenden Holz keinen Schaden.

m) Man kann den Anflug gegen das Vieh und Wild leichter verzäunen, außer dessen man den ganzen Wald verzäunen müßte.

n) Man

n) Man bekömmt dickern Forst von gleichern Holz. Wo also auch der Wind weniger, schaden kann — Wogegen

o) Durch das Ausleuchten der Wind eingelassen, und Windwürfe veranlaßt werden, die selbst wieder andere mit niederreissen.

p) Des Holzes würde also, auch bey wenigerm Waldgrunde, doch mehr.

q) Das Gerberlohe würde unschädlicher erholet.

r) Die Anstalten zum Pecheln werden leichter und sicherer getroffen, selbst zur Sicherheit des Pechlers.

s) Auch das Dachshauen hat nun leichtere Anweisungen, und

t) Die Weidstreitigkeiten sind leicht abgethan.

u) Nach leichter beschriebenem Holz werden die weitern Maaßregeln auch sicherer genommen, und so

w) Eine richtigere Forstrechnung gehalten.

§. 19.

Wie sollen aber die Schläge genommen werden? a) in welcher Lage, und

Richtung? b) in welcher Größe? c) Ausnahmen.

Zu a) Sie werden insgemein von Ost gegen Westsüd genommen, um dem Westwinde keine Oeffnung zu machen, worinn er keine Verwüstung anrichten könne; auch um dem kommenden Anflug Wärme und Licht zu verschaffen. Der Anfang wird an jenen Stellen gemacht, wo sich entweder das größte, das ausgewachsenste, oder auch, nach Umständen, wo sich das schlechteste, nichts mehr versprechende, alsbaldigen Abtriebes würdige Holz befindet, um baldigem beßern Platz zu machen.

Zu b) Die Schläge werden nicht zu breit angelegt, dafür ihnen mehr Länge gegeben, daß die Hoffnung der alsbaldigen Besaamung aus benachbarten stehenden Bäumen gegründet bleibe. Zur Vorsicht läßt man in den Schlägen selbst einzelne gute Saambäume, bis sich hinlänglicher Anflug zeigt, stehen: Wo der Wald ungemein groß ist, also auch die Schläge zu weitschichtig würden, wird jener abgetheilt, also auf jährliche mehrere aber kleinere Schläge darinn angetragen.

Zu c) Die Richtung der Schläge wird oft ganz anderst von der Gattung des Holzes (z.

B.

B. Fichtenwälder fordern Kesselschläge) oder von der Lage bestimmt.

So kann z. B. irgendwo die Westseite durch einen gegenüberstehenden Berg, oder anstossenden andern dicken Wald wohl gegen den Westwind geschützet, eine andere Seite aber in Gefahr seyn. Man richtet sich da nach der Lokalkenntniß, so, daß jene Seiten geschlossen bleiben, die den sogenannten Windlöchern entgegenstehen; das ist, wo der Wind am strengsten hereinzustürmen pflegt.

Auch ist an Bergen der Schlag von oben bis unten anzubringen.

Denn ich müßte sonst entweder die Schläge zuerst unten vornehmen, und so nach und nach hinaufrücken, oder oben, und so herab. Ersteres geht nicht an, weil der Auflug, der freylich durch das obenstehende Holz bald befördert werden könnte, nachhin von eben diesem, wenn es geschlagen wird, und bey seinem Falle meistens den Berg herabstürzet, oder doch herab gebracht werden muß, zu sehr leiden würde: Das zweyte noch weniger, denn derley Holzfall würde immer das Unterholz beschädigen, und woher soll sodann auch hinauf allemal die sichere Besaamung kommen?

§. 20.

§. 20.

Was ist, wenn das Holz im Schlag gefället ist, zu beobachten?

Es wird seines Obholzes, seiner Rinde beraubet, all dieß, selbst das Brenn- Bau- und Nutzholz auseinander geschieden, besonders gelegt, und bald abgefahren; dann der Boden möglichst bald a) von den Spähnen b) von den Stöcken gereiniget: um dem Anflug Platz zu machen, und den Schlag schliessen, verzäunen zu können. c) Ausnahmen.

Zu a) Wer wartet bis die Spähne faulen, und den Wald düngen, hat darüber den darauf unnütz verfaulten Saamen verlohren, und die Spähne selbst geben auch immer, wo sie nahe zu verführen sind, mehr Nutzen in Feurung.

Zu b) Der Stock nimmt zu viel Platz des Bodens ein, der wieder besäet werden soll; es entgeht auch an ihm $\frac{1}{5}$ bis $\frac{1}{4}$ des Baumes an Holz: Seine Aushebung ist also nützlich, ist nöthig, ist unter guten Handgriffen mit guten Werkzeugen nicht schwer. Man suche seine Wurzen so weit man kann zu entblössen, dann erst abzuhauen. An jener Seite des Stockes, wo seine Jahrsringe weiter auslaufen (wo er mehr Nahrung fand) — also am Bergholz dem Berge zu — werden auch die Wurzen allemal stärker, werden zahlrei-

cher seyn. Der Stock ist also so anzugreifen, daß diese mehr gerissen, als gezogen werden.

Zu c) Am Laubholz, das vom Stock ausschlagen soll, unterbleibt das Stöckeausheben. Auch am alten nicht mehr ausschlagenden Eichenholz kann es erst nach etwa 10 Jahren wohl geschehen.

In ausgeleuchteten Wäldern kann es ohne Schaden der nebenstehenden Bäume, deren Wurzeln mit verflochten sind, nicht vorgenommen werden. Ebenso unthunlich ists an jenen Nadelholzstöcken, die an Bergseiten stehen, wo die Löcher, die allemal auszufüllen sind, sich nicht so dauerhaft ausfüllen lassen, sondern immer nachsinken, und sogenannte Spitze, Wasserkessel, veranlassen.

§. 21.

Was muß aber einer richtigen Schläge-Bestimmung vorangehen?

a) Die richtige Vermessung, und dieser b) die richtige Vermarkung des Waldes: also ein zuverläßiger Waldplan.

Zu a) zur richtigen Vermessung des Waldes kann sich der, der alles, was oben aus der Geometrie vorgekommen, begriffen, und bis zur Fertigkeit geübt haben wird, ohne Anstand anheischig machen. Aber

Zu b)

Zu b) Er unternehme ja diese nicht, bevor er nicht der richtigen, aber auch strittigen Gränzen halber vorher ganz und umständlich informirt, bis ihm also nicht ein beweisendes Markungs = Protocol vorgelegt, mitgetheilet ist.

Dieß aber entsteht folgendermassen. Der Eigenthümer, oder dessen Bevollmächtigter, dann alle Adjacenten werden beygezogen, so wie jene noch lebenden Männer, die der letzten Markuug als unpartheische Gezeugen beygewohnt haben. Zum nämlichen Zweck werden auch Pursche (doch die schon hinlänglichen Begrif der Sache haben, und soviel Erinnerung für die Zukunft versprechen) mitgenommen. So — die letztere Markbeschreibung in der Hand — wird an einen Ecke des Waldes, das für Nr°. 1. gelten mag, angefangen, wie man da gerade in den Wald hinein sieht, die linke Seite eingeschlagen, so zum 2ten 3ten Mark rc. fortgegangen, daß der Wald immer rechterhand bleibe, bis man wieder zurück zum ersten Mark Nr°. 1. kömmt. Alle Marke werden beschauet, ihre Lage, oder Richtigkeit, ihr guter, ihr schlechter, reparabler, zu erneuernder Stand, alle Anstösse mit den Namen der Besitzer, auch ob es Aecker, Wiesen rc. seyen

alle Wege, Bäche Graben ꝛc. vorgemerkt; bey oder zwischen welchen Marken ein Fuß = Fahr= oder Triebweg, Graben, Zaun, Bach ꝛc. heraus gehe? Wo außen ein Zaun, Riegl, Stiegel, Bild= säule, Quelle ꝛc. und wie weit von nächsten 2 Marken rück = und vorwärts sey? Nicht nur die Distanz eines Markes vom andern (wo nicht in Schuhen, doch in Schritten) sondern auch: ob es daselbst bergauf, bergab, rechts, halb rechts, links, halb links, gegen Ost, Süd, West, Nord, im ein= oder ausspringenden Winkel gehe? ꝛc. Ueber all dieß wird ein umständliches, und genaues Protocoll gehalten, alle Anwesenden darinn benannt, solches nach Bedarf 2, 3, 4fach mundiert, jedes Mundum von jedem Anwesenden unterschrieben, ehevor aber der Befund der anerkannten Richtigkeit oder beglaubten Differenz angeführt. Endlich die nöthig befundenen Markpfähle, mit dem Zeichen des Waldeigenthümers dem Wald einwärts zu, gesetzt, und oben auf solchem die Weisungs = Linien gegen die nächsten Pfähle angebracht.

§. 22.

Sind die im Waldplan gezeichneten Schläge auch gleich im Walde selbst für immer auszustecken?

Ist

Ist unnöthig genug, wenn dieß mit den nächsten Schlägen auf 3, 4 Jahre hin geschieht. Es braucht nicht Jedermann gleich dem Eigenthümer seinen ganzen Wald, den ganzen Schläge-Antrag beschätzen zu können; und da ohnehin von Jahr zu Jahre den wirklich gefällten Schlägen, ob dabey nicht das Maaß überschritten worden sey, nachzusehen ist, kann zugleich allemal ein weiterer Schlag ausgezeigt werden.

Wie lange soll ein Schlag geschlossen bleiben?

Bis das junge Holz jedem Vieh zu hoh gewachsen ist, als daß solches dessen Gipfel, oder obersten Aeste mit dem Maule erreichen könne. Mit Unterschied hält sich diese Zeit beym Nadlholz auf . 7 bis . 8, beym Laubholz nach Beschaffenheit bis auf 16 Jahre.

§. 23.

Welche Bücher, so vom Forstwesen handeln, sind besonders bekannt?

Der Forstmann soll besonders die Forstordnungen mehrer Länder zu studieren suchen. Bekannte Authoren aber sind z. B. Beckmann, Bichting,

ting, Brocke, Detzel, Drensky, Duhamel, Eckarts, Gärtner, Gleditsch, Grot, Gyot, Heppe, Hofmann, Justi, Keppler, Kerner, Kramer, Krünitz, Lesseck, Moser, Oettelt, Scharmer, Stahl, Wieland, Weisse, Werneck, Zauthier ꝛc. und besonders v. Burgdorf.

§. 24.

Welche Nebenkenntnisse würden einem Forstmanne noch besonders anständig, und brauchbar seyn?

Alle, die beym Verbrauch des Holzes zu dessen möglichster Sparung leiten. Denn beynahe ist über Holzzucht zu viel geschrieben, was man von Holzsparung so wenig liest. Wie nämlich in Küchen, in Heitzöfen ꝛc. die beßten Anstalten zu treffen seyen, und bey ungleich wenigerm Holze das das nämliche kochen zu können, und weniger zu frieren. Wie? und mit welchen Vortheilen die Kohlen zu brennen; wie diese in Schmidten- und Hammerwerken wirthschaftlich zu verbrauchen; wie die Bräupfannen, Back- und Dörröfen, Hafner- Kalk- und Ziegelöfen ꝛc. mit Vortheil anzulegen; wie die Bretter- und Stangenzäune entbehrlich

behrlich zu machen; wie die Bäume auf den Schneidmühlen zu legen, zu behandeln, das Werfen der Bretter zu verhüten; wie die Zimmerleute — diese bekannten Holzverwüster — zum möglichsten Menagement zu leiten, bey welchen Gebäuden, in welchen Theilen derselben, trockne, wo grüne Hölzer besser angewandt, welche Vorsichten den Zimmerleuten, Wagnern, Drechslern, Bindern, Schreinern ꝛc. nöthig seyen um ihren Holzgvorrath bis zum Gebrauch gut zu erhalten? ꝛc. ꝛc.

Ein Forstmann, der über alle derley Fragen hörbare Antworten und Krisen zu geben vermag, wird seinem Beruf soviel Ehre machen, als wenig derjenige, der hierinn ganz fremd ist, und bleibt. Aber auch schon in bloßer Rücksicht auf seinen Forst muß er sich umsehen, wie in benachbarten Waldungen gewirthschaftet werde? Ob Vorrath oder Mangel zu erwarten sey? Wie und wo das Brennholz im Werth falle? steige? und warum? wo die Nachbaren ihren beßten Absatz finden? mit welchem Holz? wie lange dieß dauern könne? Woher die nächsten Bauanternehmungen, Schmidten, Schmelzwerke, Schneidemühlen, Glashütten, Ziegl- und Kalköfen,

Flözzereyen rc. mit Holz beschlagen werden? wie theuer? wie lange Aussicht dazu vorhanden? ob in der Nachbarschaft der Holzhandel gesperret, beschränkt, oder ganz frey sey? warum? wie lange schon? Wohin, mit welchem Aufwand, und wie hoh die Holzhändler ihre Waaren absetzen? Aehnliche Ueberlegungen sind ungemein wichtig für den Forsteigenthümer, empfehlend für den Förster.

§. 25.

Auch die verschiedene Schwere der Holzarten soll dem Forstmann am nächsten bekannt seyn a) um zu wissen, wie viel Pferde dieser oder jener Baum, oder Klafter zum verführen bedürfe? b) Wie nahe sein Innhalt dem nämlichen Innhalt des Wassers an der Schwere komme, wie leicht, oder schwer also solches Holz zu verflözzen, mit wie viel fremder Schwere noch zu beladen sey?

Nach Muschenbröck ist im Verhältniß gleichen Wasserinnhalts = 1. die

Eiche	=	0, 929
Buche	=	0, 852
Erle	=	0, 800
Ahorn	=	0, 755

Tanne

Tanne	=	0, 550
Fichte	=	0, 300

Vega, der eben so die Schwere des Regenwassers = 1. annimmt,

setzt auch den Ahorn	=	0, 750
die Buche	=	0, 854
das Eichen St. Holz	=	0, 929
von grünen Aesten	=	0, 870
Eschen St. Holz	=	0, 845
von Aesten	=	0, 734
die Eibe	=	0, 760
Tanne	=	0, 550
Ulme	=	0, 600

Nach Krünitz aber hält 1 Kubickschuh Rheinländischen Duodecimal - Maaßes.

Der Ahorn	49 Pf.
Buche	57
Eiche	75
Erle	57
Esche	35
Ficht und Kiefer	48
Tanne	36
Ulme	40
Weide	36

Man

Man sieht schon, daß diese beyderley Verhältniß-Ansätze einander nicht ganz entsprechen. Noch auffallender aber ist der Unterschied, daß Krünitz die Fichte schwerer als die Tanne = 4 : 3, Muschenbröck aber sie leichter als diese und zwar = 6 : 11 macht: Eben so different ist auch der Ansatz der obigen gegen Reinholds Tabelle (geom. forens. P. 2. §. 110.) nach welcher ein Kubickfuß

1.	Weißbüchen	38	Pf.	22 Loth
2.	Rothbüchen	37	-	11
3.	Eichen	35	-	3
4.	Birken	28	-	6
5.	Tannen	24	-	2

oder die Klafter von

1.	— —	3636	-	20
2.	— —	3510	-	10
3.	— —	3298	-	8
4.	— —	2649	-	20
5.	— —	2361	-	28

Daß also durchgehends das Eichenholz leichter als das Büchene (von andern Mitverhältnissen nichts zu melden) seyn soll. Beym Klafter-Ansatz möchte dieß noch hingehen, weil die bü-

che-

chenen Scheiter sich beßer als die eichenen zusammenfügen, deren Scheiterklafter also am Holzinnhalt der Stammklafter näher kommen. Aber durchaus möchte dieß Verhältniß nicht annehmbar seyn, und ohne Zweifel keines, daß es für alle Fälle wäre.

Hierinn das sichere zu spielen, darf man nur ein kleines Stück des gegebenen Holzes kubisch messen, dann wägen, wornach auch das Gewicht der abzuführenden Bäume oder Klafter sich ergeben wird. Ueberhaupts wird da viel darauf ankommen: ob das Holz ausgetrocknet, oder noch saftig, oder sonst feucht, ob es von den Wurzen, Stämmen, oder Aesten, von magerm oder fettem Grund, alt oder jung sey 2c.

§. 26.

Es giebt bloß praktische, auch bloß theoretische Forstmänner; es giebt deren, die weder Praxis noch Theorie haben, und doch oft entscheidend davon urtheilen; jeder scheint die andere herabzusetzen: mit welchem Grunde?

Der Theoretiker — ohne Praxis ist, wo was von der Forstwissenschaft in Vortrag kömmt,

der

der redseligste, emsig, all das, was er bereits aus- wendig gelernet hatte, auszukramen, glaubt er wohl gar auch bey Kennern als ein Mann von Einsichten zu passieren; indessen diese — wenn sie so viele Bescheidenheit als Einsicht haben, zwar sein Talent, selbst seinen Ehrgeitz schätzen, doch seinem vorlauten Lektionen keinen Werth geben, und dem Schwätzer lieber das pytagoräische Zurückhalten, die Gabe des Schweigens bis zur wirklichen, nicht bloß beglaubten Reife seiner Kenntnisse, wünschen. Er weiß vielleicht von jeder Holzart die karackterischen Zeichen auswendig, ohne deren auch nur $\frac{1}{3}$ am Platze zu kennen.

Zu sehr auf allgemeine Grundsätze gebunden, versäumt er oft die allemal nöthigen Rücksichten auf besondere Lokal-Umstände, und Rechte, in deren Kenntniß er dem bloßen Pracktiker ohnehin allemal nachzustehen pflegt, und deßwegen oft diesen zu größerm Spott wird, als er verdiente.

Oft ist er zu zärtlich, zu müheschеuchend sich das, was nur Praxis im Walde giebt, recht eigen zu machen, oder glaubt beym ersten Anblick schon alles gefaßt zu haben, und läuft wieder mit nicht halber Kenntniß davon.

Er ist vorschnell mit Vorschlägen, worüber der Pracktiker ehevor zu berathen er entweder zu selbstsüchtig ist, oder es darum unnütz findet, weil er bereits den Haß aller Pracktiker gegen alles, was theoretisch klingt, so wie gegen alle auch nützliche Neuerung, wo nicht aus eigner Erfahrung, doch von Hörensagen kennt.

Er vergißt, und erfährt es zu spät, und allemal mit bittern Verdruß, daß die ausgebreiteste theoretische Kenntniß doch allemal begränzt sey; daß sich noch immer mehr, ja manches bisher für unzweifelbar angesehene ganz anders lernen lasse; und daß jede derley noch so grosse Kenntniß in was immer für einem Fache in der Anwendung, besonders im Anfange, zuweilen bey den leichtesten Fällen stacke, und sich selbst nicht finde, und doch verlangt er vor dem bloßen Pracktiker den — ihm freylich in mehrfachen Betracht gebührenden — Rang.

Der bloße Pracktiker ist in jedem Fache ein — wo nicht gefährlicher doch unzuverläßiger Mann. Weit davon nach festen, und guten, und deutlichen Grundsätzen zu handeln, folgt er dem gemeinen, dem bequem gewordenen Schlendrian

drian. Unbekümmert um das **wahre Interesse** seines Herrn, um die Zukunft, überläßt er im Walde alles — und dieß nicht einmal redlich — der Natur; sorgt nicht um Saamenvorrath, um Baumschulen ꝛc.

So lang ich lebe, hörte ich sogar schon manchen sagen, **hat es noch nicht an Holz gefehlt, wird auch nicht sobald fehlen**, ein **anderer sehe sodann wieder zu.** Wer zuverläßig auf jenen Haß, auf seine Verachtung rechnen will, der behaupte den Nutzen der Schläge die Schädlichkeit des Ausleuchtens ꝛc. dieß ist er gewohnt, und findet es für sich bequemer, vortheilhafter, jene wüßte er nicht einmal in ihrer Größe, oder Anzahl, und in ihrer Lage zu bestimmen.

Blühte-Beobachtung, und Kenntniß ist ihm Thorheit, und er lacht wohl dem Theoretiker ins Gesicht, wenn dieser von der Pflanzenzeugung von männlich und weiblichen Theilen, auch noch so gut, zu sprechen anfängt. Immer wird sein Stolz seine Verachtung gegen dem Theoretiker gewiß größer, als die von diesem gegen jenen seyn, denn sie ist zugleich dummer. Die beßten Projekte,

und

und Anstalten verschreyt er als landschädlich, und findet Glauben — beym Volke.

Er weiß sogar ihren Ausführungen immer Hindernisse zu unterlegen, und so den fleißigsten Mann zu ermüden. Er ist, im Durchschnitt, roh, eigennützig, unbeugsam; und ist er auch im Grunde ein ehrlicher Mann, so ist er doch für seine Stelle immer gefährlicher, als der Theoretiker, und nie wird er sich in die Lage, Rechte, Dienstbarkeiten, in dem Reichthum seines Forstes so deutlich einstudiren, als der Theoretiker es thun kann.

Dieser ist doch wohl, bey eben nicht tödtender Mühe, im Stande in 10mal kürzerer Zeit sich all die Kenntnisse des bloßen Pracktikers eigen zu machen, als dieser Pracktier jenes zu lernen, was die Theorie fordert. Man muß, um pracktische Forstkenntnisse zu erlangen eben nicht vom Forstjungen an gedienet haben, und all seine Lebensjahre im Förster-Solde gestanden, oder darinn sozusagen aufgedingt, und freygesagt seyn. Es giebt Räthe, Beamten, Pfarrer ꝛc. die in pracktischen Forstkenntnissen auch Forstmänner beschämen können, so sich bisher das vieljährige Recht erworben zu haben glaubten, alle Einsichten sich

allein

allein zuschreiben zu müssen. Aber, umsonst, nie wird der bloße Pracktiker von der Möglichkeit zu bereden seyn, daß ein Gelehrter, dessen Beruf es eben nicht ist in dem Forste immer umher zu schlendern, es so erstaunlich hoch bringen, und — das bischen lernen könne, was seine belobte Praxis gab.

Der Teoretiker der einsweilen mit seinem gesammelten theoretischen Vorrath stille bleibt; dabey, was auch in Städten leicht ist, oft das Land die Forste, die Auen ꝛc. zu verschiedenen Zeiten, und nicht als bloßer Ambulant, nicht in lustiger oder lästiger Gesellschaft, sondern allein, mit einem mit einem dahin brauchbaren Buche, oder, noch beßer, in Gesellschaft eines erfahrnen bescheidenen Mannes, mit dem Auge des ungenügsamsten, des geduldigsten Beobachters besucht; dem kein Strauch an einem Zaune seiner Nachforschung unwerth ist. Der jedes getroffene oder verfehlte Maaß, oder Anstalt, der willig jede geschickte, oder ungeschickte Raisonements der Förster, der Bauern, der Holzhacker, der Flözzer, der Dreher, Tischler, Binder, Wagner, der Lohesammler, der Pechler, der Zimmerleute ꝛc. mit seinen bereits

gesammelten Kenntnisse anderwärtige Rechte, Dienstbarkeiten ꝛc. mit denen des gegebenen Forstes vergleicht, dabey sich in Lagerbüchern, in Forstrechnungen, und darüber erfolgten Revisionspunkten fleißig umschauet, sich mit den Planen solcher Wälder wohl bekannt macht ꝛc. der wird sich selbst bald den Weg zu höhern praktischen Kenntnissen zu bahnen wissen, und bald selbst in diesen den blosen Praktiker weit hinter sich zurücklassen. Dann mag er hervortretten, immer aber bleibe Bescheidenheit, und strenge Sorge gegen alle Uebereilung einer seiner merkbarsten Züge.

Leute, die weder Theoretiker, noch Praktiker im Forstwesen sind, doch dariun so oft als Kritiker auftretten wollen, sind leicht zu ertragen, leicht zu behandeln. Wer wollte so unbescheiden seyn jedem das Stillschweigen zu gebiethen, der von einer Sache spricht, die außer dem Kreis seiner Kenntnisse liegt. Wie tod würde manche Gesellschaft seyn, wenn nur Leute vom Kriege reden dürften, die die Taktik studirt, oder

darinn gedient haben. Wenn Niemand, als Ministers, von Staatssachen; Niemand, als die Bauern, vom Ackerbau; Niemand als die Juristen von Rechtshändeln; Niemand als Aerzte von Krankheiten raisoniren sollte: Welcher Zwang für so viele Frauen, wenn sie nicht für jede Krankheit, von der die Rede kömmt, ihre Mittel so einsichtsvoll auskramen dürften! Man vergönne nachbarlich einander zuweilen auch ein fremd Steckenpferd zu reiten; es wird schwerlich was verdorben, und am Ende bleibt auch wahr, daß derley Diskurse nicht allemal blos unschädlich sind, daß sie zuweilen sogar durch einen blos glücklichen Einfall, der weder dem Theoretiker noch dem Praktiker gekommen war, lehrreich werden können.

Druckfehler.

Die wegen der Entfernung des Verfassers vom Druckort weniger, als ihm angenehm fiel, vermieden wurden, werden hiebey die wesentlichsten angezeigt. Auf Fehler, die dem Sinne nachtheilig waren, ward mehr, als auf die, so wider die strenge Orthographie liefen, gesehen, und leztere, wenn sie einmal corrigirt waren, wurden, wenn sie wieder kamen, meist als schon corrigirt übergangen. Die Correctur noch übersehener Fehler wolle der Leser selbst nachholen.

Seite.	Zeile.	statt	lies
1	1	Weite	Breite
2	5	von einem geraden Punkt	von einem Punkt.
—	18	assen	aussen
7	2	= M o	= n o
—	9	e p	e, p
—	14	die Winkl	die Winkel
8	9	n + o	n + e
—	10	o + f	e + f
—	18	§ 14	Fig. 14
9	14	sogleich	so gleich
10	20	Punkte e	Punkt e
—	—	wenn	wenn mit
11	5	wenn wenn	wenn

Seite.	Zeile.	statt	lies
—	12	a f	d f
14	22	$= b\,a\,c$	$= d\,a\,c$
15	13	$= a\,c\,b$	$a\,c\,b$
16	17	$108^\circ - a - b$	$180 - a - b$
19	16	proportionál	proportional
—	20	grössern	grössere
21	17	$(.ad.ac)(+)$	$(ad.ac)+$
—	18	$dc.ac(=)ad$ $+dc(ac$	$(dc.ac) = ad.$ $dc.(ac)$
26	13	wenn im	wenn sie im
27	20	$= b$, oder	$= b^2$, oder
28	9	$160 : \times 160$	160×160
—	16	$acd + dac$	$adc + dac$
—	20	$\frac{ecb}{2,}$ also	$\frac{ecb}{2}$, also
29	6	acb	$acb:)$ ist
30	21	$+ bcd$	$+ bdc$
32	15	$= ac$	$= aec$
33	3	Bögen	Bogen
—	17u 18	sind (: :) auszulassen	
35	1u2	$= bc.be = ab$ $.gb$ so wie oben $= ab.gb$	$= bc.be$ so wie oben $= ab.gb$
—	17	$- bg$	$= bg$
—	19	$ab - ac$	$cb - ac$
36	15	$be^2 = \frac{1}{4} bd$	$be^2 = \frac{1}{4} bd^2$
37	18	über a, b, c und d beyde	über a, b, e. und d, beyde
38	12	$hg - eg$	$hg.eg$

Seite.	Zeile.	statt	lies
39	16	Fig. 75.	Fig. 65.
41	18	die m n	die Linie m n
42	17	dm bis K, em bis i	dm gen K, em gen i
45	1	der verlängerten	der bey verlängerten
—	5	der innere	der innern
—	6	der äussere	der äussern
46	8	Hextagon	Heptagon
47	15	— acb . 180 — acb	acb, 180 — acb
49	1	wenn nach auf	wenn nach § 68 auf
—	14	die Diameters	die Diameter
50	18	zum Hextagon	zum Heptagon
53	11	gegen sich ausdehnt, so	gegen d sich ausdehnt (vermehrt) so
—	12	den	der
—	13	Kreise	Krise
54	1	dem	den
—	4	16″	16′
56	19	Fig. 100.	Fig. 105.
57	8	Quadrate	Quadraten
59	7	vermög § 77	vermög § 67.
60	8	$a^2\ x - {}^2$	$a^2 - x^2$
—	11	Am Ende ist zu ersetzen das Zeichen ×	
—	13	. .	das Zeichen ·
—	14	$\frac{(a+c-b^2)}{2c}$	$\frac{(a+c-b)}{}$
61	1, 3 u. 4	Das Absetzungszeichen · zu ersetzen	
—	17	$\sqrt{}160000 - 75625$	$\sqrt{}(160000 - 75625)$

Sei-te.	Zei-le.	anstatt	lies
62	1	$\frac{800.291^{\circ}47375}{2} =$	$\frac{800.290,47375}{2} =$
—	4	$= \frac{440000^2}{1600}$	$= \frac{440000}{1600}$
—	8	400 — — 600	400 — 600
—	9	600 400	600, 400
—	15	halbe Summe	die halbe Summe
63	6	= a b =	= a b —
—	14	d g h = a c d b = a f g c	d g h = a f g c
—	18	(Fig. 119.)	(Fig. 111.)
65	14	a m u a = a u n o	a m u e — a u o
—	18	g c a	g c o.
66	1	a m u d	a m u e
—	19	des Zirkels !	des Zirkels;
73	4	E — A	E = A
—	10	Fig. 134.	Fig. 126.
81	9	nach § 154	nach § 143
—	24	bleiben ganz aus.	
82	1u2		
84	7	Pkl g e b	Winkl g e b
—	25	§ 100	§ 151
86	16	jedes reguläre Vieleck	jedes geradlinigte Vieleck
88	7	a b dem	a b den
—	14	f d i	f h i
89	19	+ a c	+ a c^2
90	5	der	oder
—	15	und a e f d	und a e f c

Seite.	Zeile.	anstatt	lies.
91	7 u 8	kann das e c wegbleiben.	
92	3	$+ a e^2 - c d^2.$ $c d^2)$	$+ a c^2 = c d^2$
94	2	p ‡	so ‡
—	12	= f q	= f g
96	8	aus b	aus 6
98	2	alle Kegl	alle Kegel
100	10	der der	der
102	10 u. 11	= 20096	= 200, 96
109	4	der Figur	die Figur
—	18	breiten	Breiten
110	7	wenn wenn	wenn sie
112	3	Fig. 168	Fig. 167.
113	8	die die	die
—	15	wird, oder wenn	und so
115	5	der Höhe	oder Höhe
—	11	minder	wieder
117	10	c a f	a c f
118	11	einen rechten Winkl	einen rechtwinklichten △
—	20	giebt dem	giebt den
121	10	selbe schon	selbe
128	18	sum) e h:	sum̄): e h
130	19	§ 77	§ 67
144	8	Nummern	Nennern
145	3	b h	g h
154	3	des messenden	des zu
157	21	letzterer	letztere
160	20	66″	66′
—	11	d (: oder d n:)	(: oder d n:):
—	—	Thurn	Thurm

Seite.	Zeile.	anstatt	lies
161	5	man da	man, da
167	17	f b	f c
168	18	abhängt	abhängen
173	6	c nach A	nach A
181	17	Fig. 28.	Fig. 31.
182	15	von 50	von 50′
183	3	gemäßnen	gemäßen
—	4	C A B	A B C
—	10	und BD bleibt aus	
188	2	der über	wenn er auch über
191	10	In solchen	In solchem
202	2	mit a b	mit e b
203	18	Triangel a c b	Triangel a e b
216	19	schwer, scheinen	schwer scheinen
218	19	äqualen	äquablen
219	17	anderer	andere
220	17	in gleich	im gleich
221	11	der dergleichen	der gleichen
222	17	lautet) vom Bauern Grund	lautet, vom Bauern-) Grund
223	16	die besondere	die besonderen
—	21	zustellende	zu stellenden
225	1	mit B nach c der	mit B nach c. Der
226	8	tiefern	tiefen
227	8	eine eine	eine
—	17	grässere	grössere
229	7	kann man aus	kann aus
230	7	und das	und daß
—	22	gesündere Luft	die Luft
231	8	vorhandenen	vorhandenem

Seite.	Zeile.	anstatt	lies.
232	12	nur einen	nur einem
233	3	de	oder
—	4	reren	deren
235	18	wie verbessert	wie sie verbessert
236	6	Lack	Kalk
237	23	brauchba	brauchbar
238	3 u 4	zu Zaufen	zu Haufen
241	10	bothanische	botanische
—	20	ganz andere Kegl	ganzen Kegl
—	21	aus seinen	aus seinem
242	11	Anm. Burgsdorf.	An. daß Burgsdorf
—	18	Stucks, sodann	Stücks sodann
244	1	untere und obere	untern und obern
—	8	mit einem beträchtlichen	mit seinem betreflichen
245	6	Stammen =	Stamm =
251	11	solchen	solchem
254	6	Wie der im Schläge	Wie der Wald in Schläge
255	8	Lesselschläge	Kesselschläge
256	1	spätere	spätern
—	11 u. 12	eingeworfen	eingeworfen werden
—	24	Gemüssen	Gemüsen
259	14	unschädliche	unschädlichste
—	18	an einer Mühle	an eine Mühle
260	16	der jeden	der jedem
262	17	nach der	nach
263	2	boß mit Farben, so	bloß so
—	8	mäßten	müßten
—	17	nichts sehlt	nichts fehlt
264	10 u. 11	in kleinen	im Kleinen

Seite.	Zeile.	anstatt	lies
265	2	Kartusche) und dem	Kartusche oder den
270	9	Holzstrasse	Hochstrasse
271	2	immergrün	immergrüne
—	21	Föhre Zirbl	Föhre, Zirbl
272	18	Eiche	Esche
273	22	männlich sind	männlich, bald blos weiblich sind
274	4	Hassel	Hasel
—	8	Hallunder	Hollunder
—	20	wie viele Saamen-keren	wie vielen Saamen-kernen
276	13	• grasset	• graset
280	18	Linde	der Linde
282	20	übliche Sch	übliche Schl. (Schef-fel)
—	23	4000′ □	40000′ □
—	25	besäendes	besäenden
286	16	Klösseu	Blössen
—	18	Holz erst	Holz erst in
289	9	Kloacker	Kloacken
—	15	brachen	Brachen
290	4	aufbehal	aufbehalten
—	21	zu b 1mo)	z. B. 1mo
292	11	abgewohnet	abgewöhnet
294	7	zu machen der	zu machen. Der
298	21 u. 22	eben dem	eben dadurch den
—	23	bleibt immer	bleibt — bey niedrigen Gestaden — immer
299	12	zu b	zu f
300	16	vortheilhafter	vortheilhaften

Seite.	Zeile.	anstatt	lies
—	23	werde und entkomme	werden und entkommen
302	21	zu k und l	soll damit eine besondere Zeile angefangen werden
303	2	gerade am liebsten	gerade dann am liebsten
—	12	Wädern	Wäldern
304	11	Bsaea.	Besaa.
306	10 und 11	; . . .	, , , ,
319	5	worinn er keine Verwüstung	wodurch er Verwüstung
—	6	könne	könnte
322	13	Spitze	Sitze
323	2	aber auch	oder auch
—	15	an einen	an einem
—	18	zum 2ten	zum 2ten,
—	21	ersten Mark Nr. 1	ersten Mark bey Nr. 1
325	1	Ist unnöthig genug	Ist unnöthig; genug
226	15	und bey ungleich	um bey ungleich
—	18	Schmiedten	Schmieden
330	22	Mitverhältnissen	Misverhältnissen
333	2	der Praktiker	den Praktiker
—	9	mit bittern	mit bitterm
334	10	jenen Haß	seinen Haß
336	3	zu bereden sey	zu bereden seyn

An den Kupfern wurden die Fehler, wo es thunlich war, mit der Feder verbessert, die übrigen werden hier angezeigt.

P. I.	Fig.	
T. 1	13	Muß h mit p verwechselt werden.
8	158	Sollte a c so lang als c e oder c b seyn.
9	173	Soll die von a weg punktirte Linie nicht nach g, sondern nach f gehen.

P. II.	Fig.	
T. 2	13	Soll f g besser oben gen h angebracht, so auch die Linien d e, f g, h i mit Punkten fortgesetzt, und zwischen c f mit Buchstaben bemerkt seyn, daß d q, f p, h entstehen.
4	39	Ist die Figur verzeichnet; die correspondirenden Linien sollen parallel seyn.
7	65	Gleichfalls: Die Berge sollen im Allignement von d e liegen, und c von e frey zu sehen seyn.

Nachtrag
der Erraten-Verbesserungen.

Seite	Zeile	statt	lies
Vorrede.			
1	16	Musen	Musse:
8	16	nicht allein in	nicht in
Text.			
9	17	Mittelpunkte	Mittelpunkt
—	19	Horizontallinie, mn	Horizontallinie mn
11	13	§. 68.	§. 56.
13	21	also ohnehin gleich	also gleich
—	23	aber gleich	aber auch gleich
34	12	Fig. 68.	Fig. 60.
—	13	Beweis	2ter Beweis
40	12	Bögen	Bogen
43	2	kleineren) halben	kleineren) wechselweis konzentrischen halben
46	19	im 2ten Ecke	im 2ten die Ecke
49	18	Bögen	Bogen
53	13	den diesem	der diesem
—	14	Kreise	Krise
86	9	laufen	laufe.
101	14	§. 176.	§. 174.
102	7	(nach §. 177.)	bleibt weg
104	2	Kugl	Kugel
125	12	schon vorkam	schon anderswo vorkam
140	9	P o²	P O²
148	10	der Kegelschnitten	der Kegelschnitte
178	7	§. 18. Nro. 3.	§. 24. Nro. 3.
179	7	also, die Winkel	also die Winkel

Seite

Seite	Zeile	statt	lies
182	7	über Endpunkte	über jener Endpunkte
187	2	mit c und cb	nimmt cb
190	18	Pkl., Linien	Pkl. Linien
221	3	nach der Länge	nach der Lage
—	4	Gründen	Gründe
233	4	könnten	könnte
235	5	odentlich	ordentlich
—	20	werden	bleibt weg.
242	4	Bauholz	Laubholz
261	15	Tröckne	Trockne
271	10	Espe, Ahorn	Esche, Ahorn
272	12	die Schwalbenbeere	der Schwalkenbeere
—	14	ablaufend	zulaufend
—	18	Eiche	bleibt.
281	12	schlichtenweis	schichtenweis
284	23	der Holzschlag	der Ausschlag
286	18	, a derley	, derley
297	8	finden; daß sie	finden, d. i. daß sie
302	21	von Bücheln	vom Pecheln
309	8	geben sollen	geben soll.
315	11	wo der Weg träfe	wo der Schlag träfe
332	7	seinem	seinen
333	16	stacke	stocke
335	10	in dem Reichthum	in den Reichthum
336	13	mit einem mit einem	mit einem
337	1	Kenntnisse anderwertige	Kenntnissen, erwertige
—	20	Kreis seiner	Kreise seiner

Kupfer=

Kupfer-Erraten,

deren versprochene Verbesserungen mit der Feder zu leisten der Verfasser die Zeit verlor.

Fig.	Im 1ten Theile.
12	Sind zwischen n o und c d die Buchstaben m m zu ersetzen.
13	Am Vertikalwinkel von e ist h, an deren obern Nebenwinkel ist n, am untern p zu ersetzen.
35	Unter d kömmt f.
36	Am Pkl. Einfall kömmt d, links neben solchem a, rechts c, und oberhalb b.
43	Zwischen i und m, dann o und c kömmt h.
45	Die Linie d e soll heißen d c.
48	Statt d kömmt e, und d an das andere Ende selbiger Linie.
49	Oben am rechten Winkel ist d, am untern Ende des Diameters ist l statt e zu setzen.
58	Auf a b kömmt an der Peripherie g.
61	Auf b d ist auch g zu ersetzen.
63	Ist die Linie e d zu punktiren.
68	Am untern Ende des Diameters kömmt e.
74	Beym innern Ende der Schneckeulinie ist a zu setzen.
84	Oben, wo die Linie e z an die Peripherie stößt, kömmt g.
89	Am obern Ecke des $\triangle$ kömmt d.
93	Die Linieu a c g und b e f zu punktiren.
97	Eben so die Linie a b.
98	Statt d kömmt b, und d kömmt oben.
104	Die Linie f g zu punktiren.
108	Zwischen b c und a m kömmt k.
110	Die Linie a b ist um = a m zu verlängern, daß sie = a n werde.

Fig.

Fig.	Im 1ten Theile.
111	Auf der Linie bd ist g zwischen lk, e zwischen ac, f zwischen hi, und auf der Linie ac ist z zwischen ae, und y zwischen no zu ersetzen.
113	Im Mittelpunkt ist c, unten an dem von solchem ausgehenden Pkl. ist h, links neben solchem ist a, rechts b, sodann an den Ecken herum d, e, f und g zu ersetzen.
114	Ist oben links c, unten a, am Pkl. h, rechts oben ist u, unten e zu setzen.
115	Die Linie ue zu punktiren.
116	Im Mittelpunkt c statt a zu setzen.
129	Sind die Linien gB, gC, gD, gE zu punktiren.
151	Neben h auf der Linie ae kömmt f.
152	Neben i auf der Linie ah kömmt k.
154	Am obern Ecke zwischen a und f kömmt e, und zwischen fh und dk kömmt g.
156	Am obern Ecke zwischen af kömmt wieder e.
157	n zwischen cg und lm.
160	Unten rechts c.
167	h unter c.
169	A darneben.
170	B. . . . .
173	Die Linie ag ist falsch punktirt, sie soll af seyn.
174	Unten am Diameter kömmt m.
178	Zwischen ab in der Mitte kömmt i, zur Bestimmung der Sehne bi.
189	Sind an den Enden der senkrecht am Parameter bey A durchgehenden Linie die Buchstaben C und D zu ersetzen.
190	pM soll PM heißen.
192	Oberhalb p wird am Ende der Semiordinate m ersetzt.

Fig.	Im 1ten Theile.
194	Ist die Figur falsch gezeichnet. AF ist beynahe um $\frac{1}{6}$ zu groß, und dann sollte auch Bf nur so groß, als das berichtigte AF seyn.
196	Zwischen AB und DE ist C zu ersetzen.
198	gc soll dc heißen.
199	Am Spitz des Kegels kömmt c, auf Ep zwischen cg kömmt d, mQ soll heißen mP, und unten ist n zur Bestimmung der Semiordinate pn zu setzen.

	Im 2ten Theile.
8	Ist beym Auge des visirenden g anzunehmen.
18	Ist beym Stock B, beym Thurm A zu setzen.
36	Kömmt D statt F.
49	Beym Weyher kömmt A.
51	Die Linie bd zu punktiren.
52	Der Bogen des Winkels bec anzumerken.
57	Die Sehnen ae, ce zu punktiren.
58	Auf bd ist an der Peripherie e zu ersetzen.
61	ch zu punktiren.
63	df, hf, dh und gh zu punktiren.
64	Eben so df, dh und gh.
68	An den Ecken des Parallelgrammes sind K, L, M, N zu setzen.
69	C im Mittelpunkt zu ersetzen.

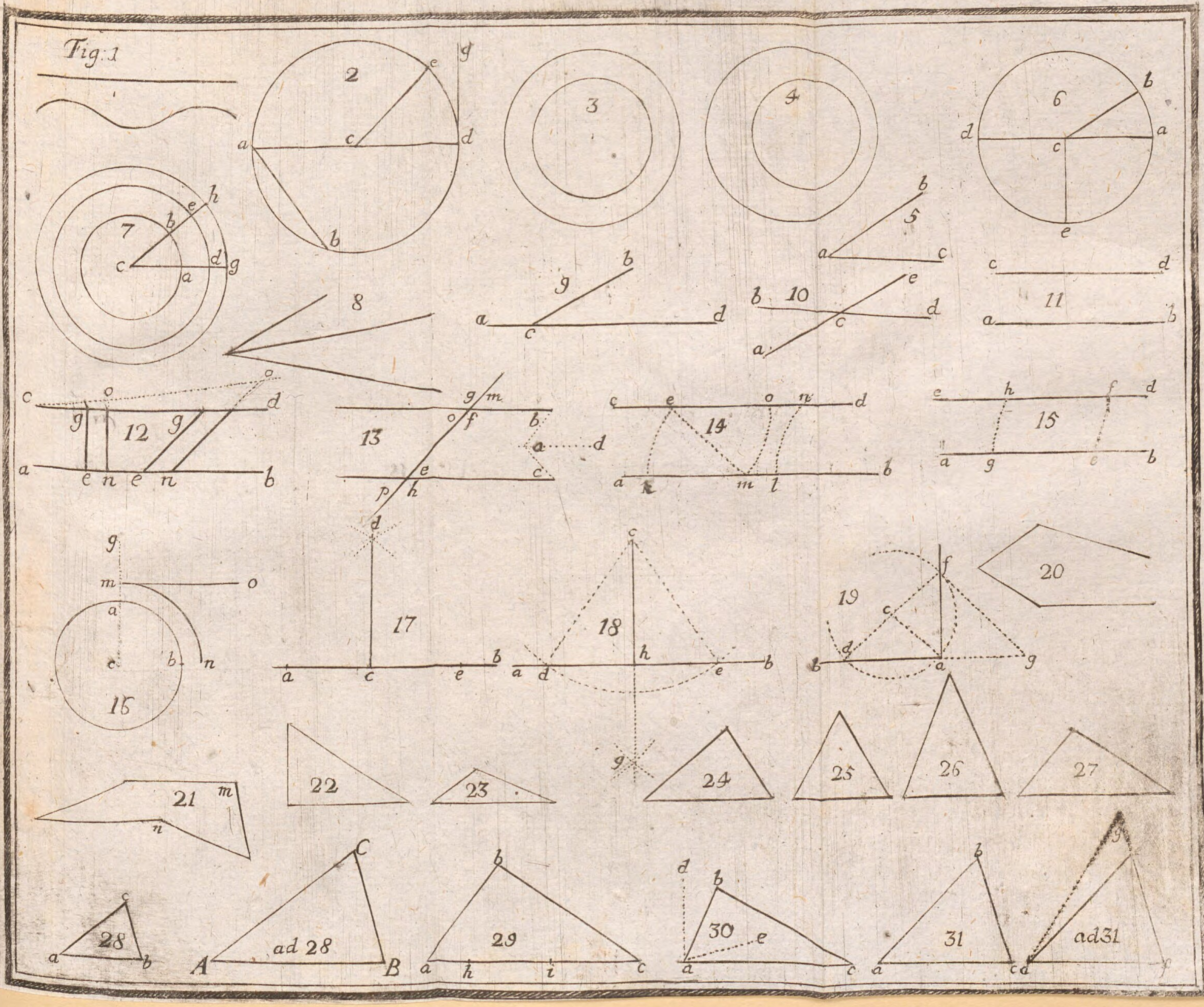
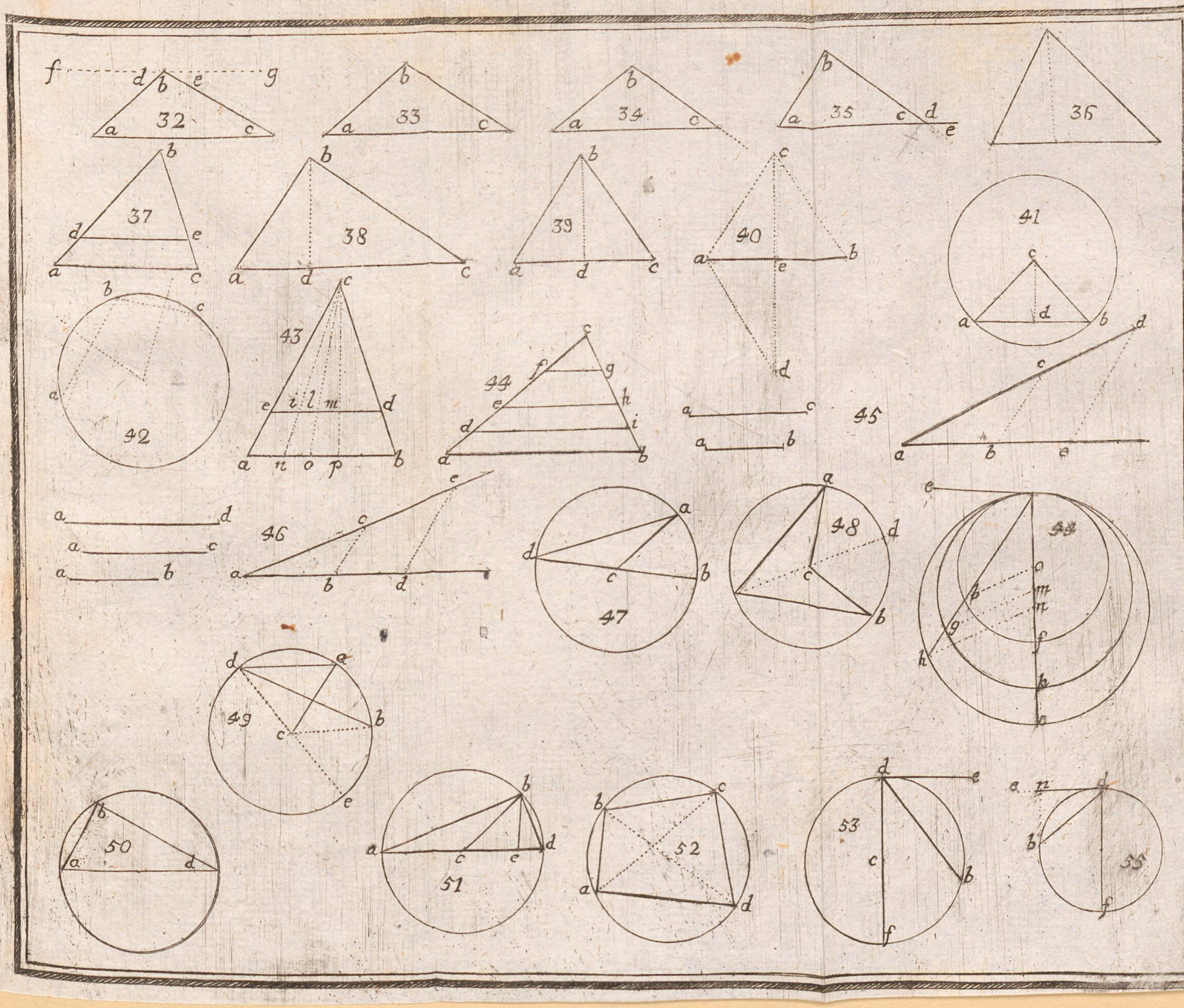
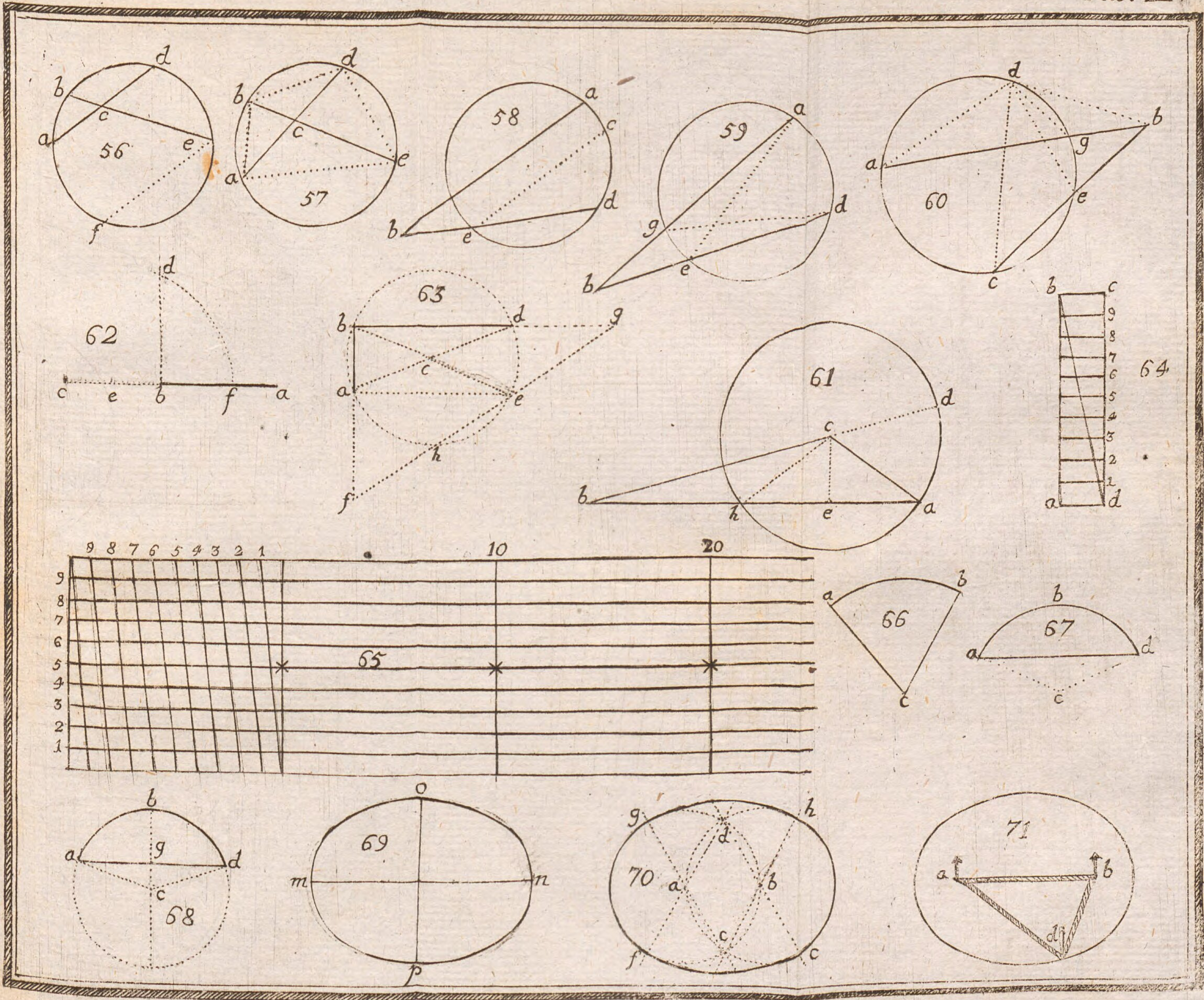
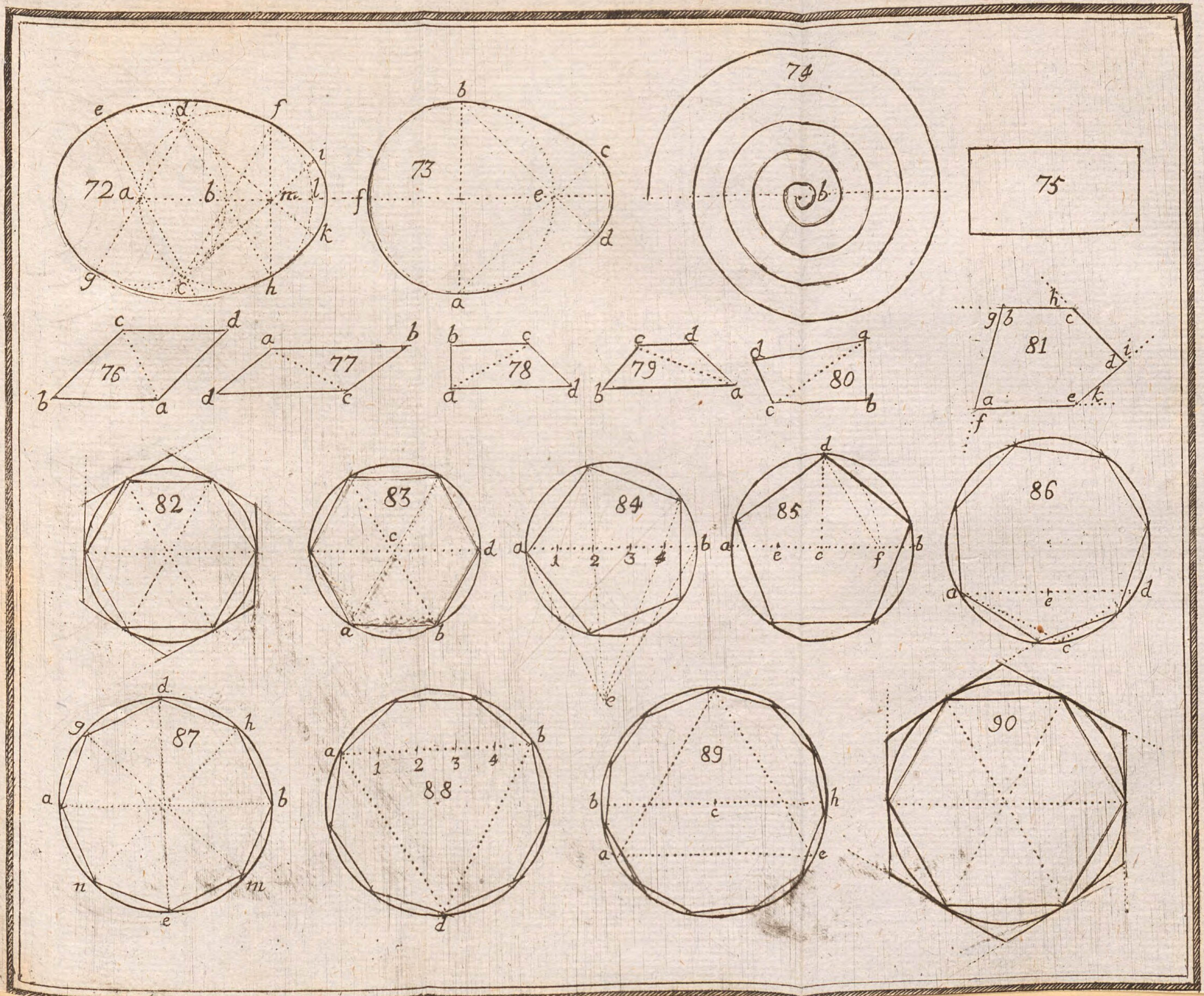


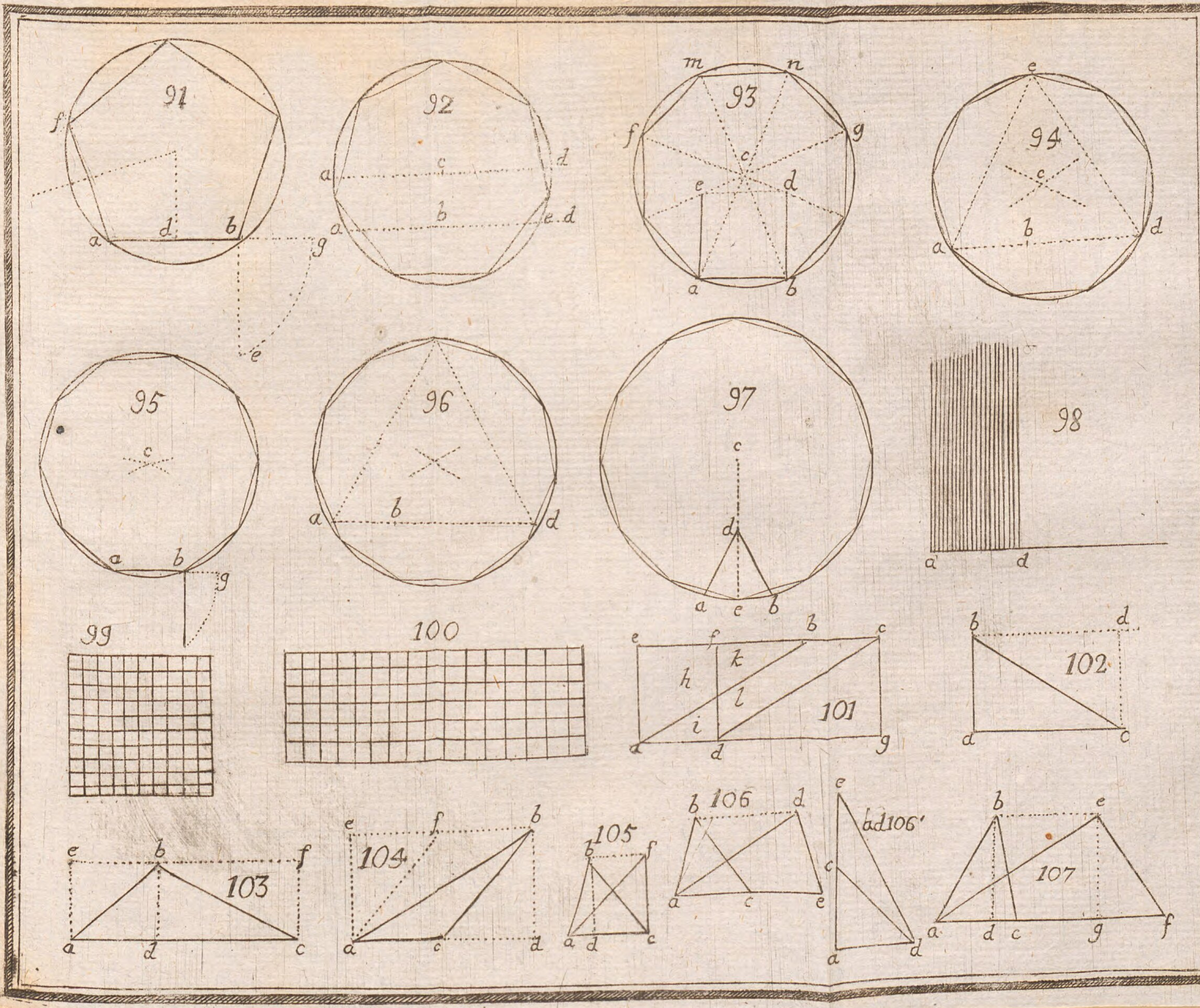
Fig: 1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
13
14
15
16
17
18
19
20
21
22
23
24
25
26
27
28
ad 28
29
30
31
ad31


32
33
34
35
36
37
38
39
40
41
42
43
44
45
46
47
48
49
50
51
52
53
55

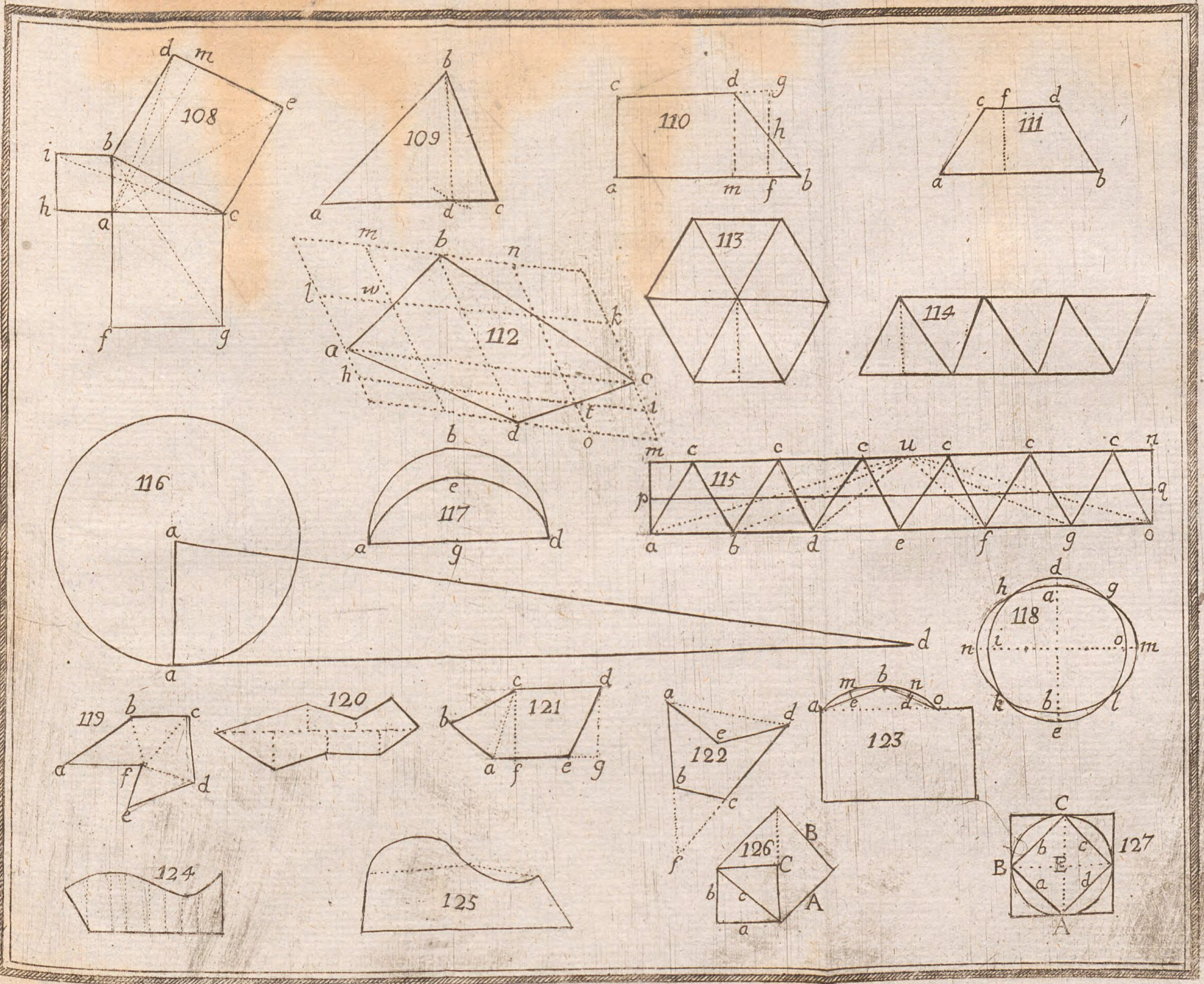
Tab. III.



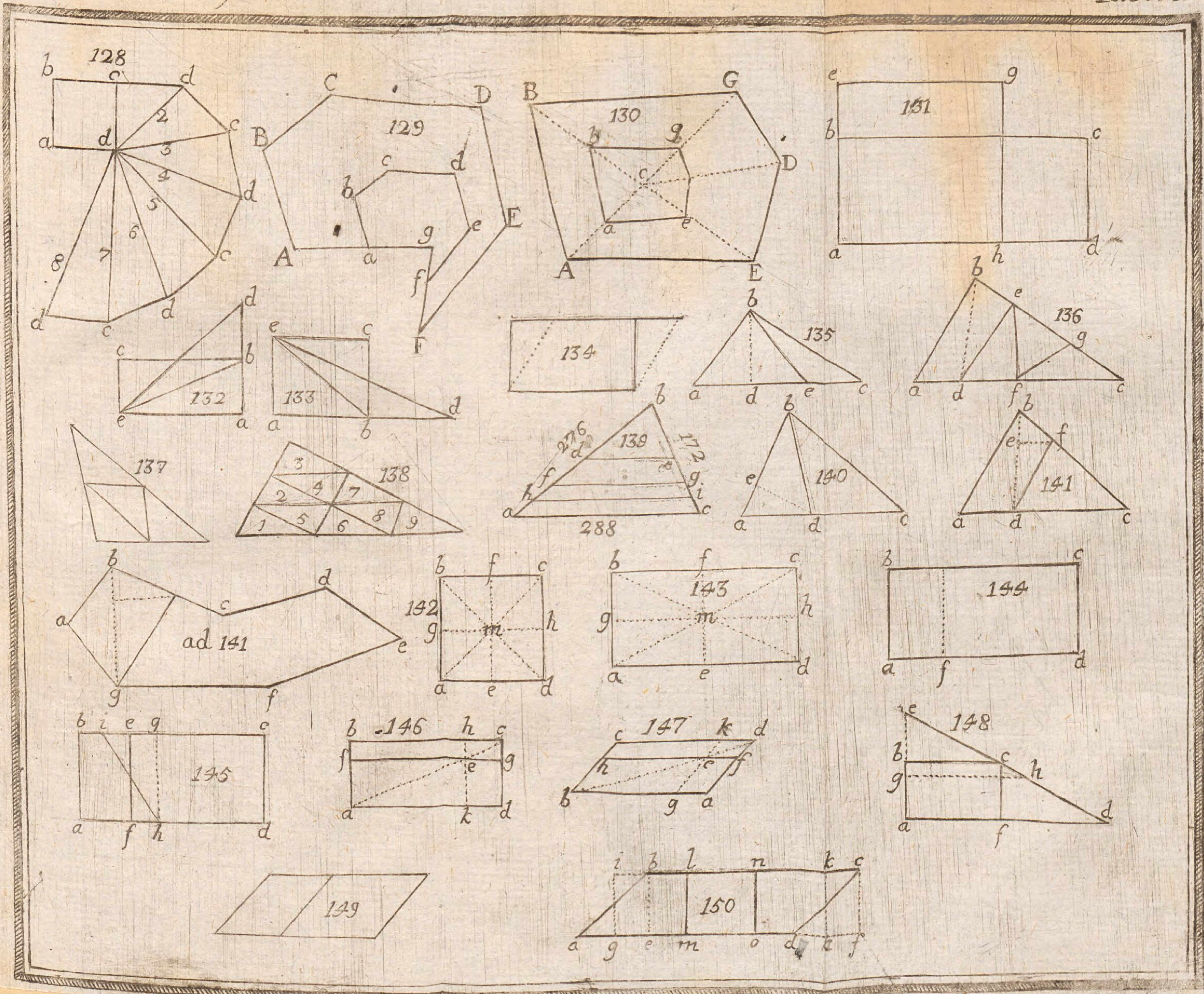

72
73
74
75
76
77
78
79
80
81
82
83
84
85
86
87
88
89
90

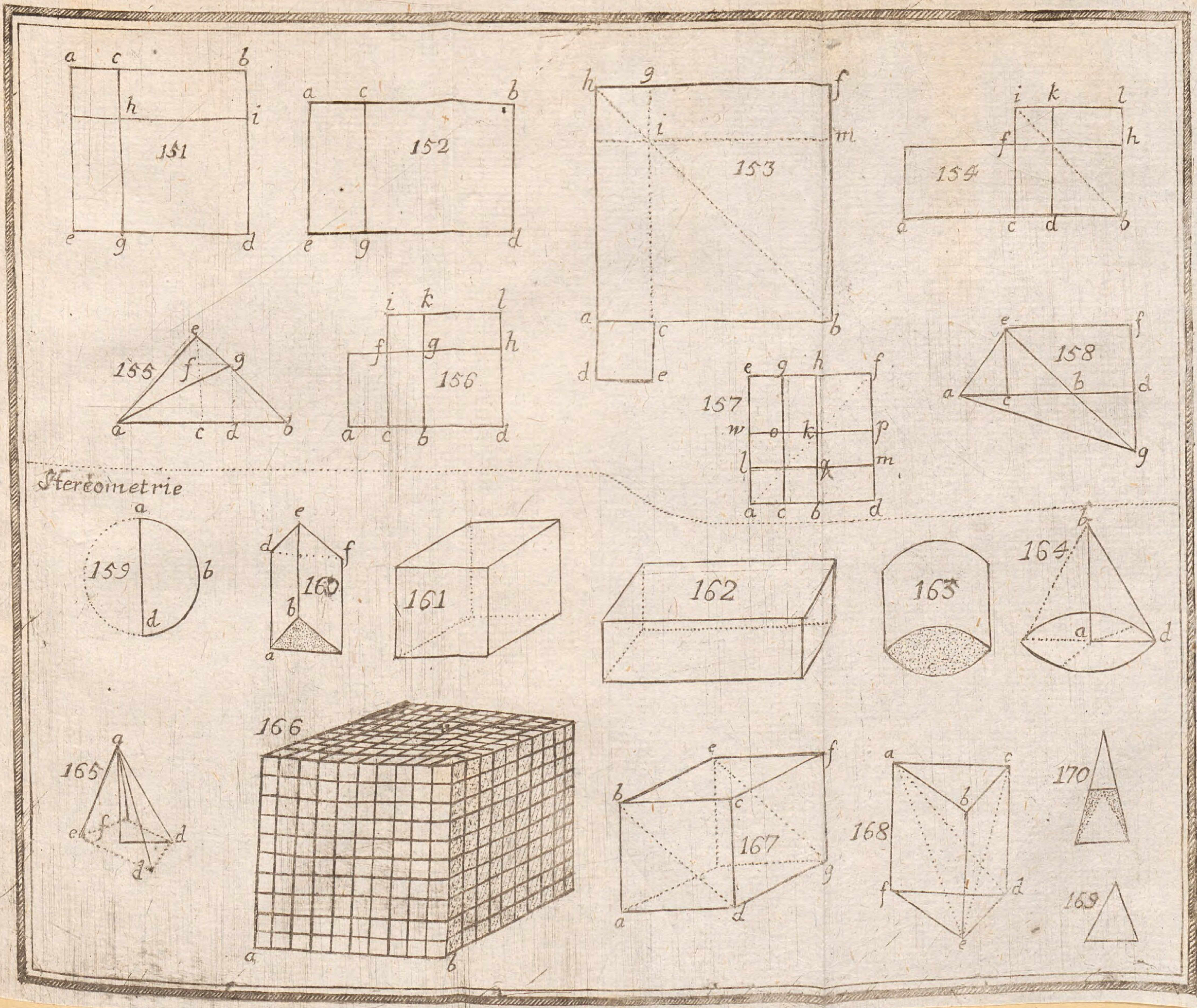

91
f
a d b
g
e
92
a c d
a b e d
93
m n
f g
c
e d
a b
94
e
c
a b d
95
c
a b
g
96
a b d
97
c
d
a e b
98
a d
99
100
101
e f b c
h k
l
i
101
a d g
102
b d
102
a c
103
e b f
103
a d c
104
e f b
104
a c d
105
b f
a d c
106
b d
a c e
ad 106'
e
c
a d
107
b e
107
a d c g f

103

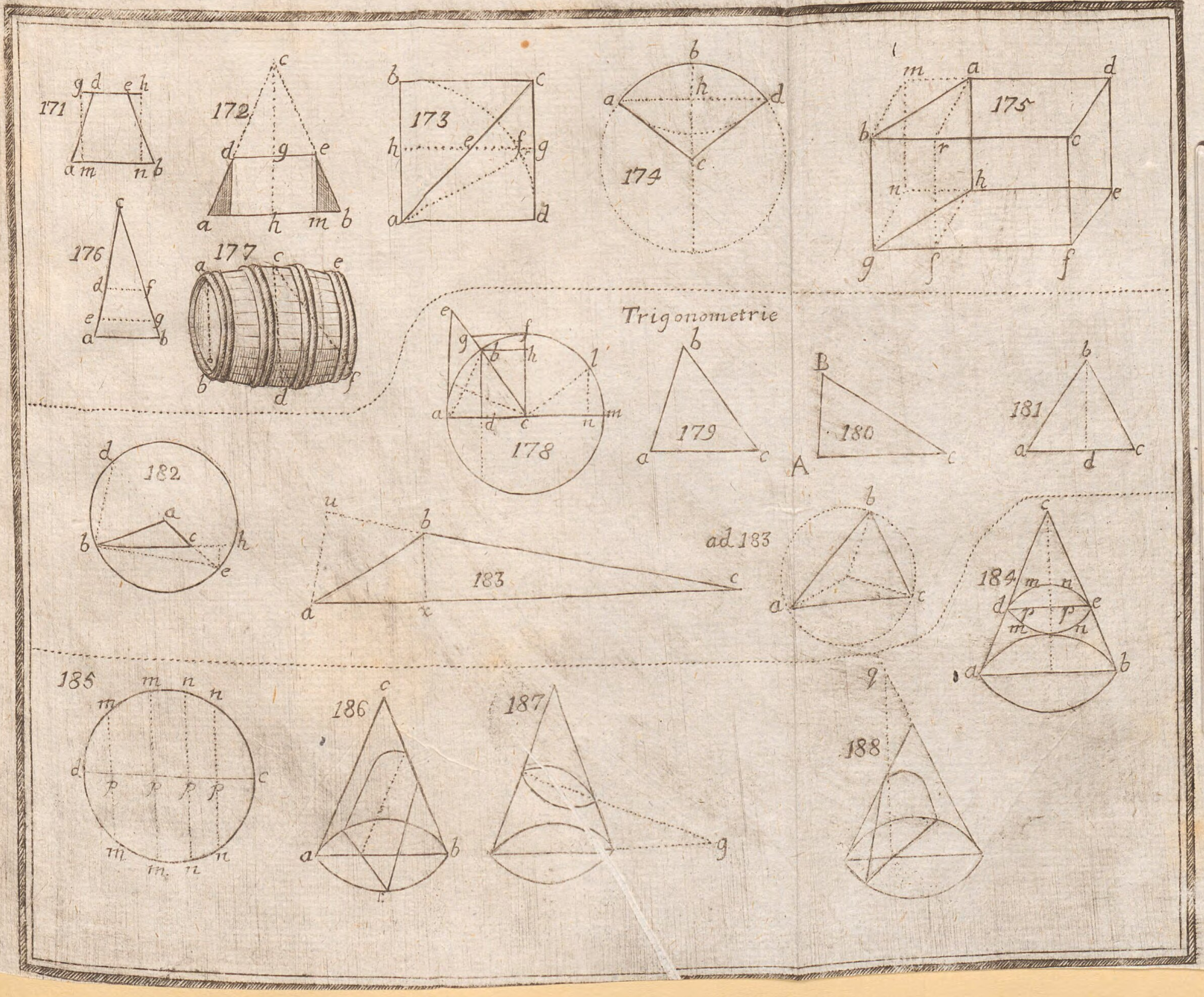

108
d m e b i h a c f g
109
b a d c
110
c d g h a m f b
111
c f d a b
112
m b n l w k a h c t i d o
113
114
115
m c c c u c c c n p q a b d e f g o
116
a a d
117
b e a g d
118
d h a g i n o m k b l e
119
b c a f d e
120
121
c d b a f e g
122
a d e b c f
123
m b n a e d o
124
125
126
B C b c a A
127
C B E b c a d A

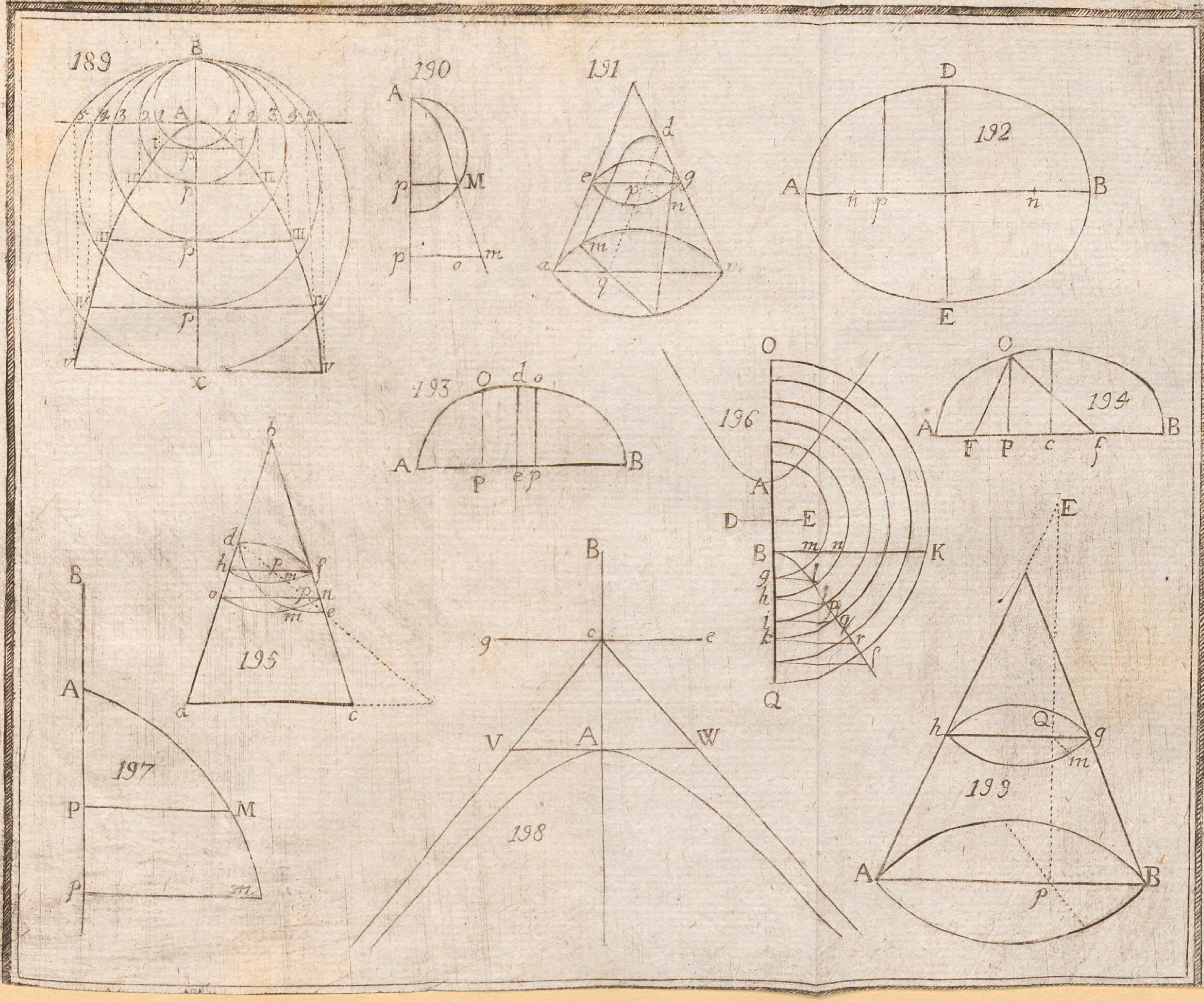
Tab. VII.


128
129
130
131
132
133
134
135
136
137
138
139
276
172
288
140
141
ad 141
142
143
144
145
146
147
148
149
150


151
152
153
154
155
156
157
158
Stereometrie
159
160
161
162
163
164
165
166
167
168
169
170

Tab. IX.


171
172
173
174
175
176
177
Trigonometrie
178
179
180
181
182
183
ad 183
184
185
186
187
188


189
190
191
192
193
194
195
196
197
198
199

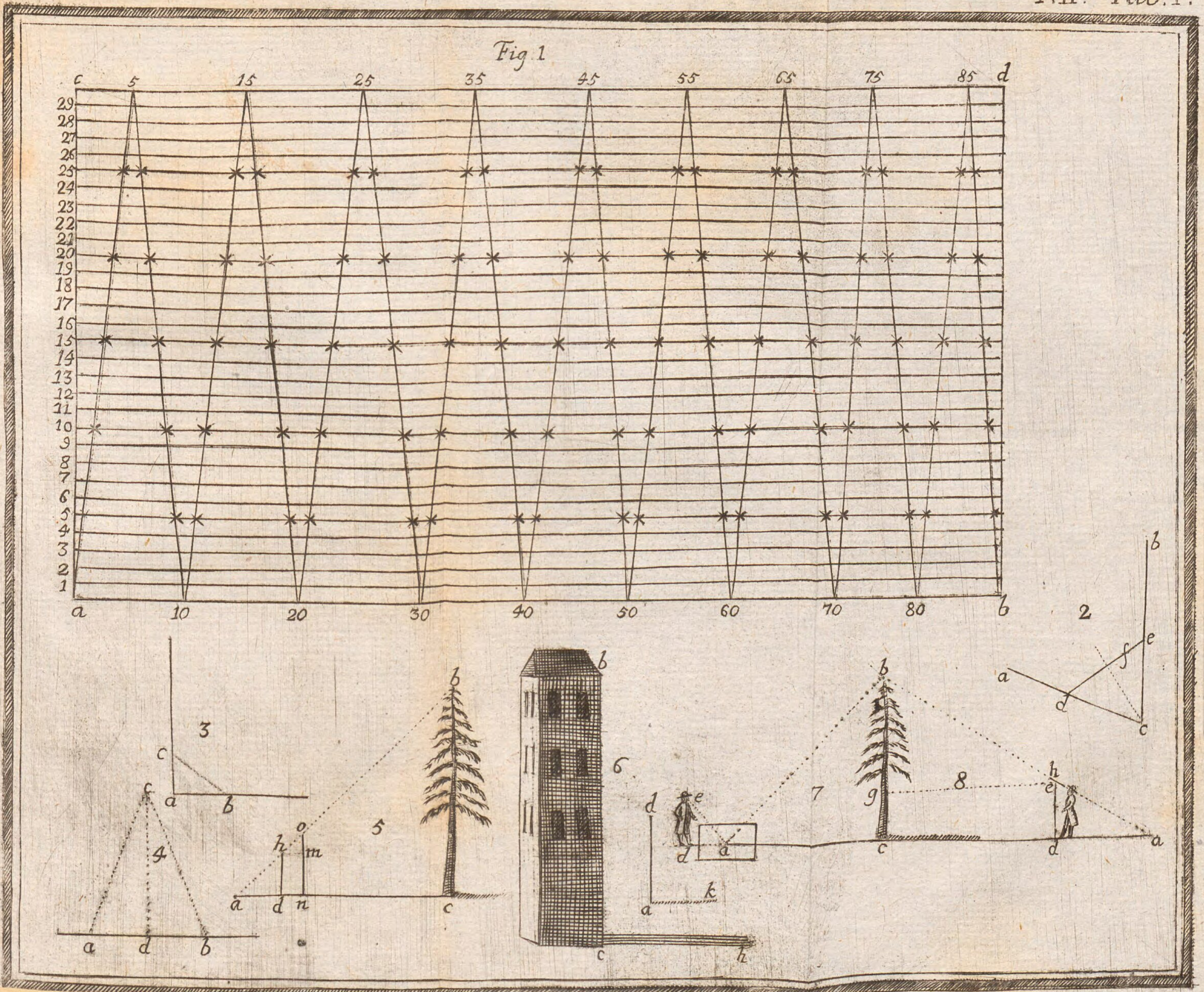
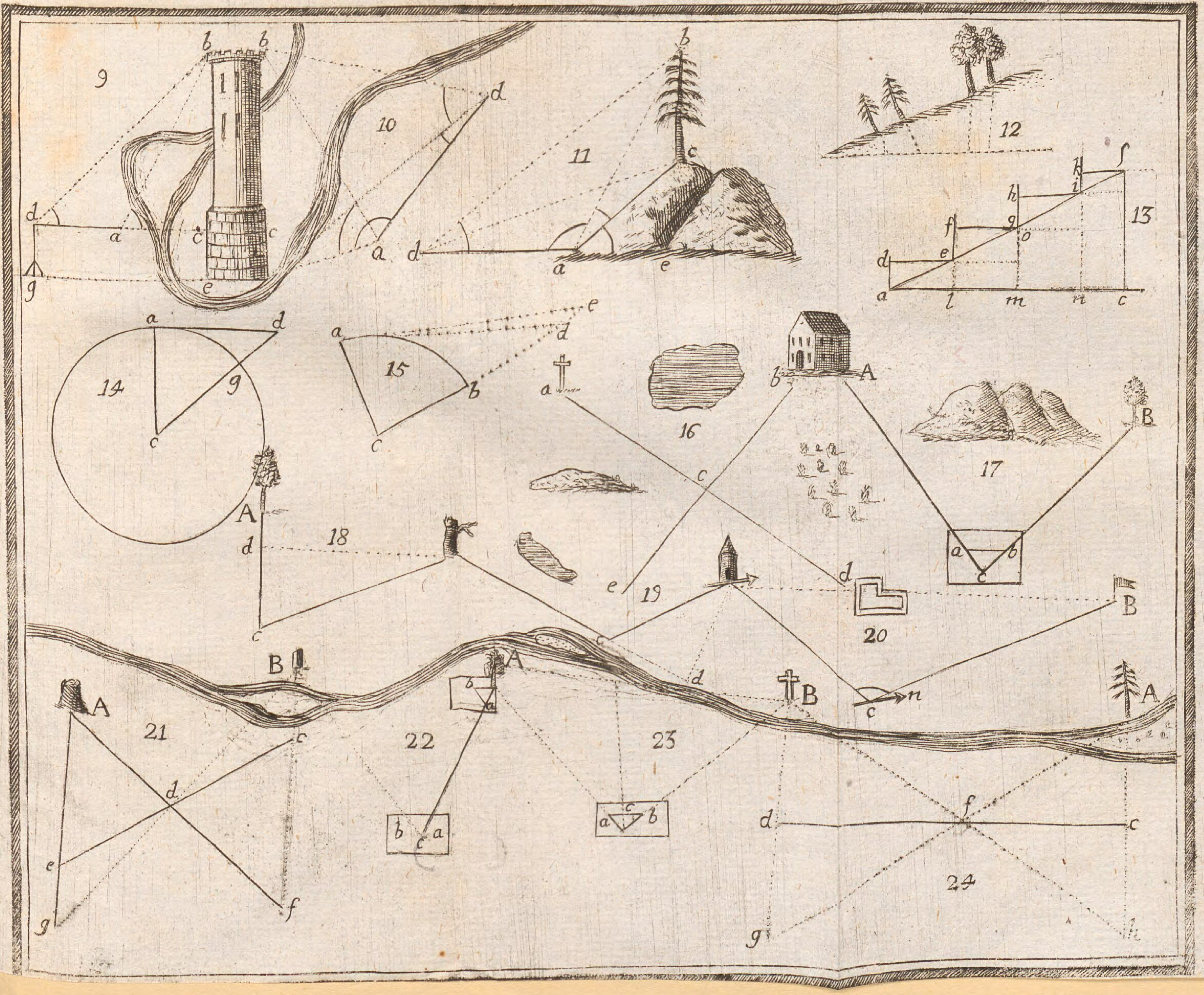
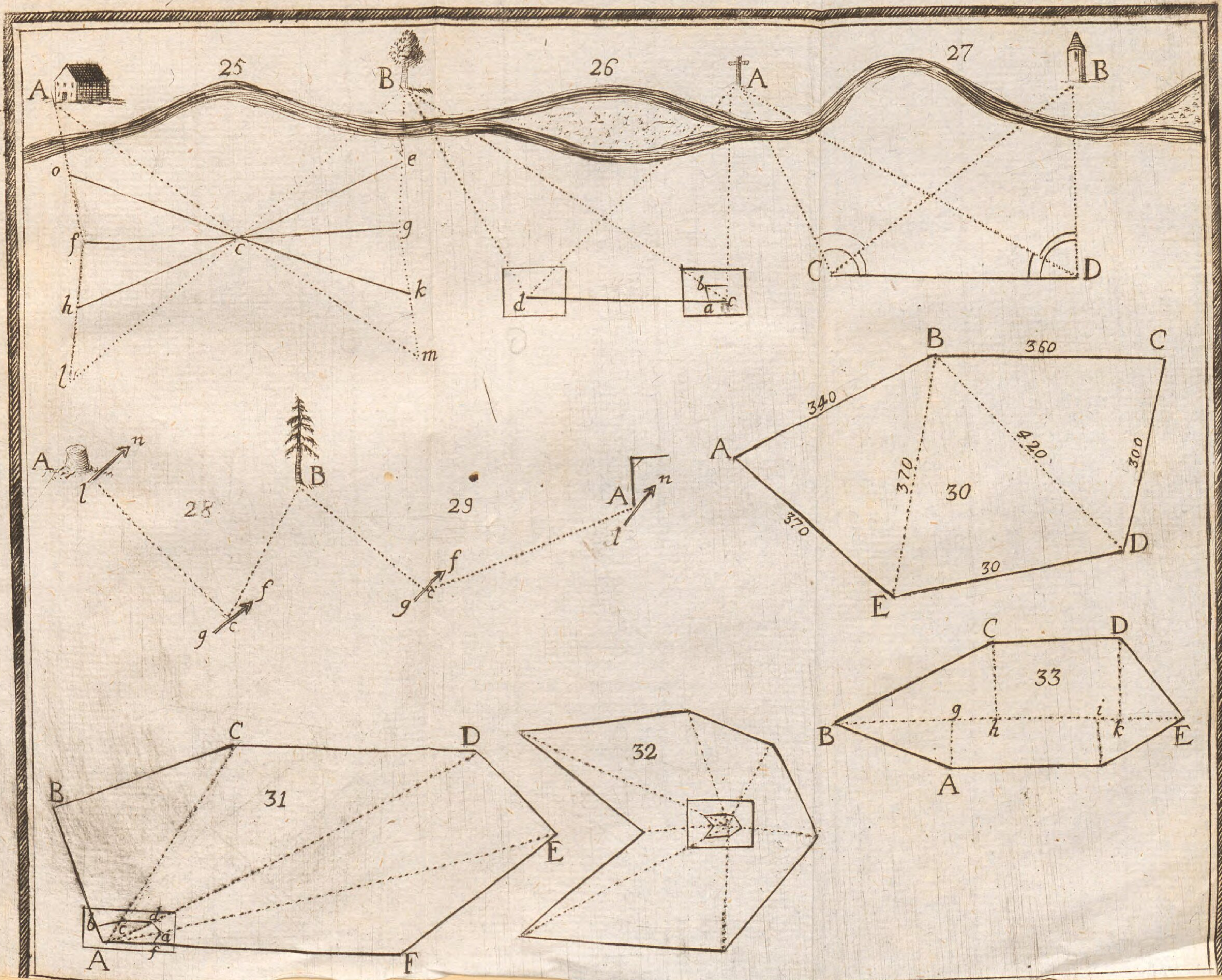
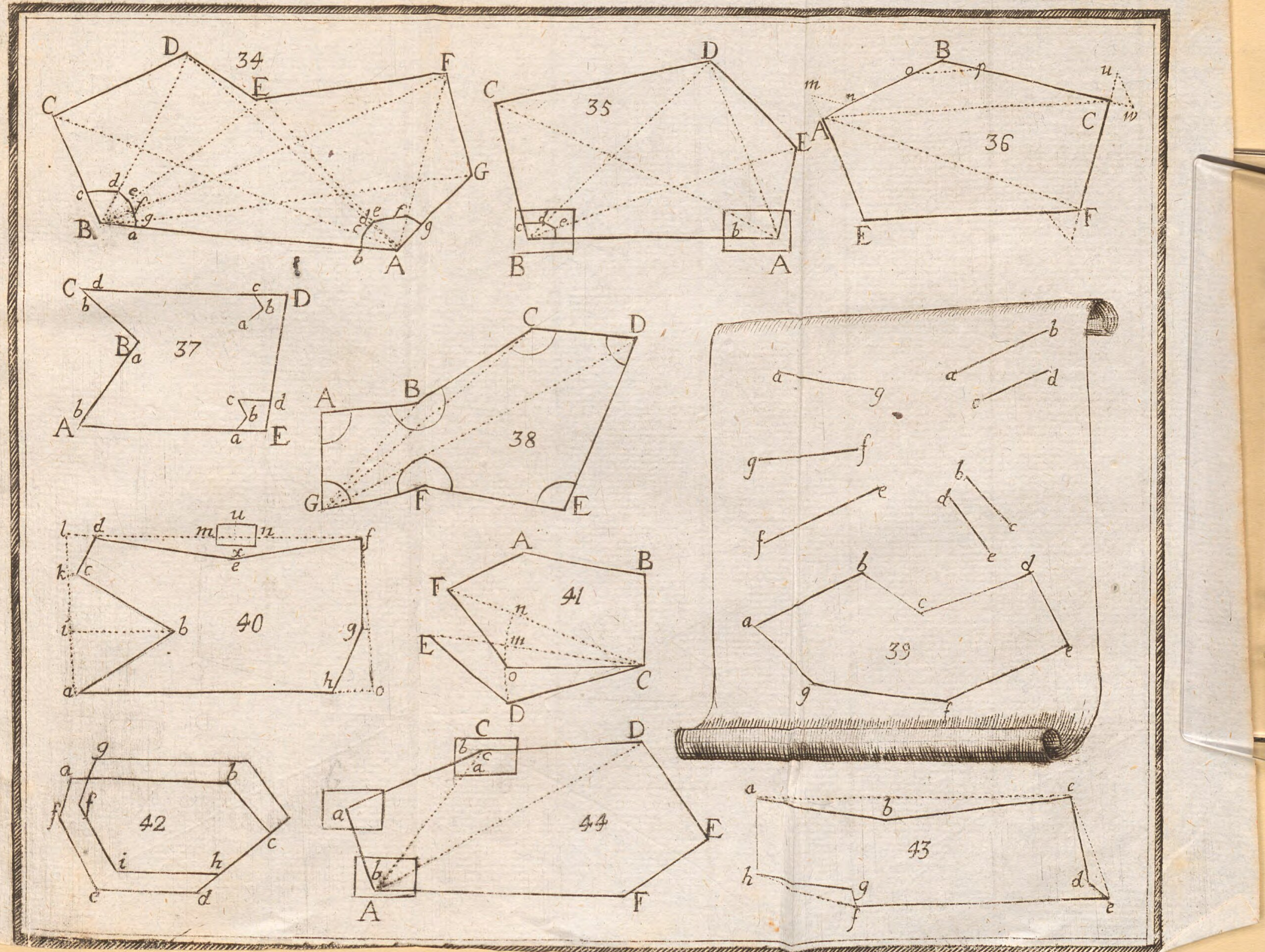
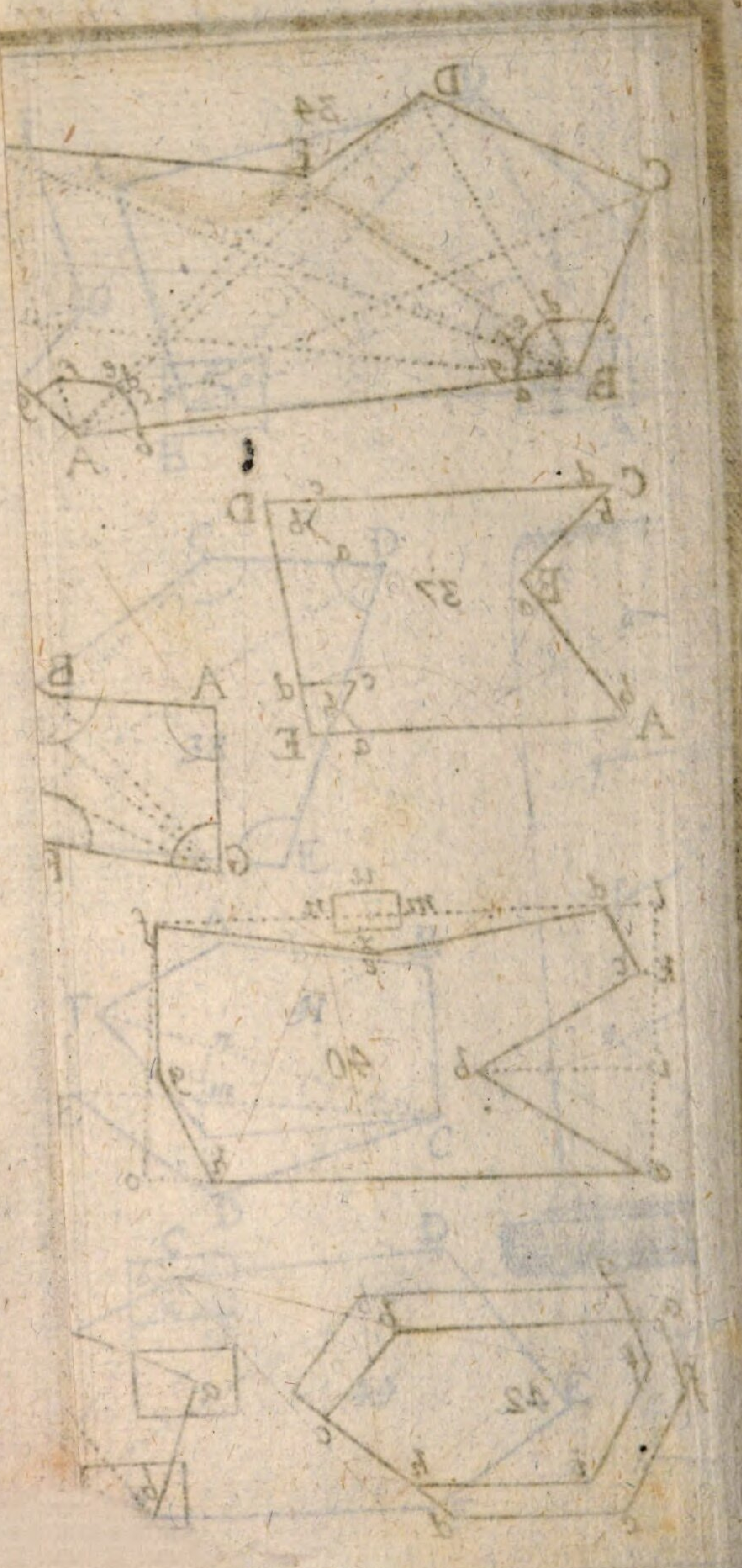


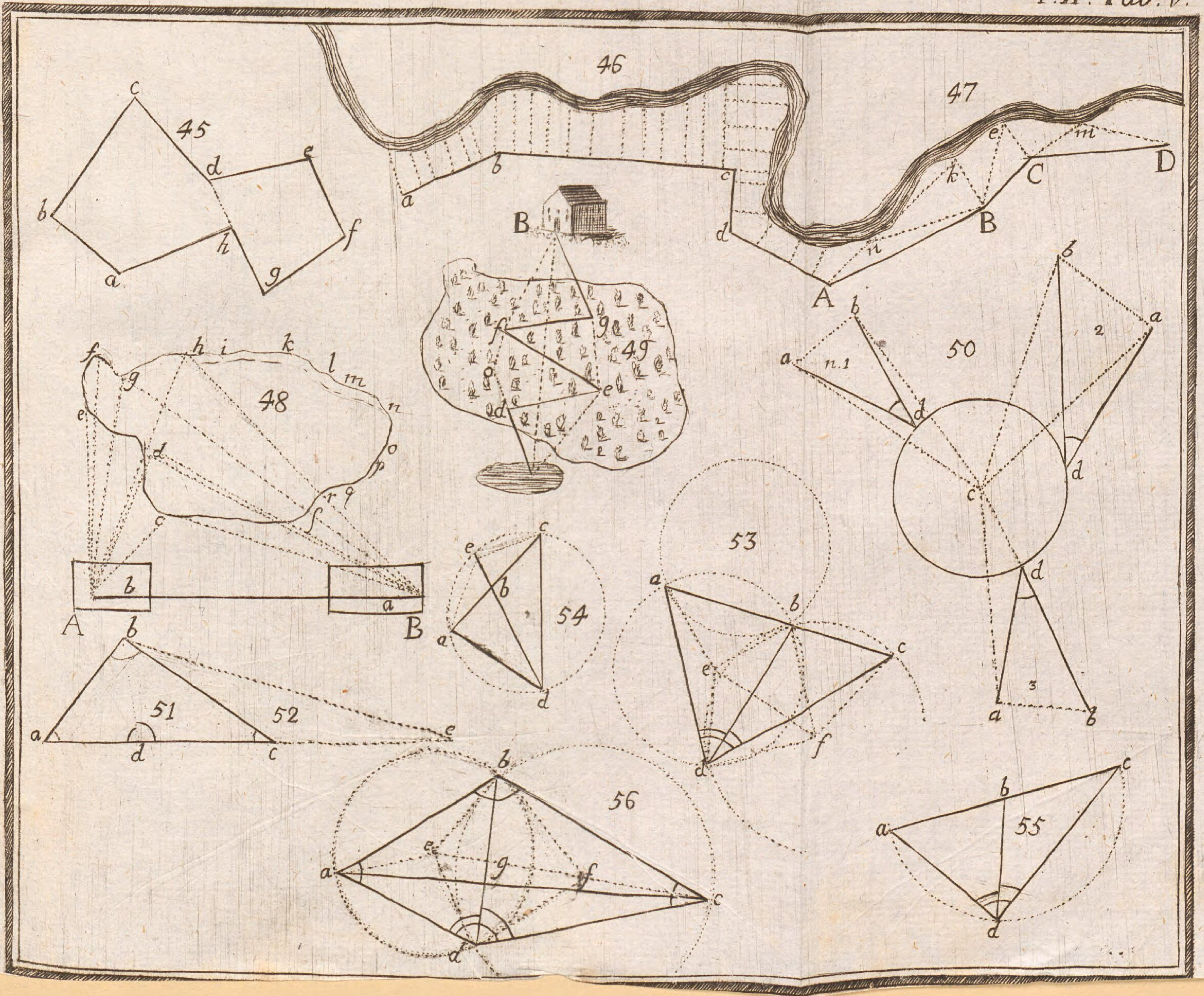
Fig.1
c
5
15
25
35
45
55
65
75
85
d
29
28
27
26
25
24
23
22
21
20
19
18
17
16
15
14
13
12
11
10
9
8
7
6
5
4
3
2
1
a
10
20
30
40
50
60
70
80
b
2
3
4
5
6
7
8


9
10
11
12
13
14
15
16
17
18
19
20
21
22
23
24

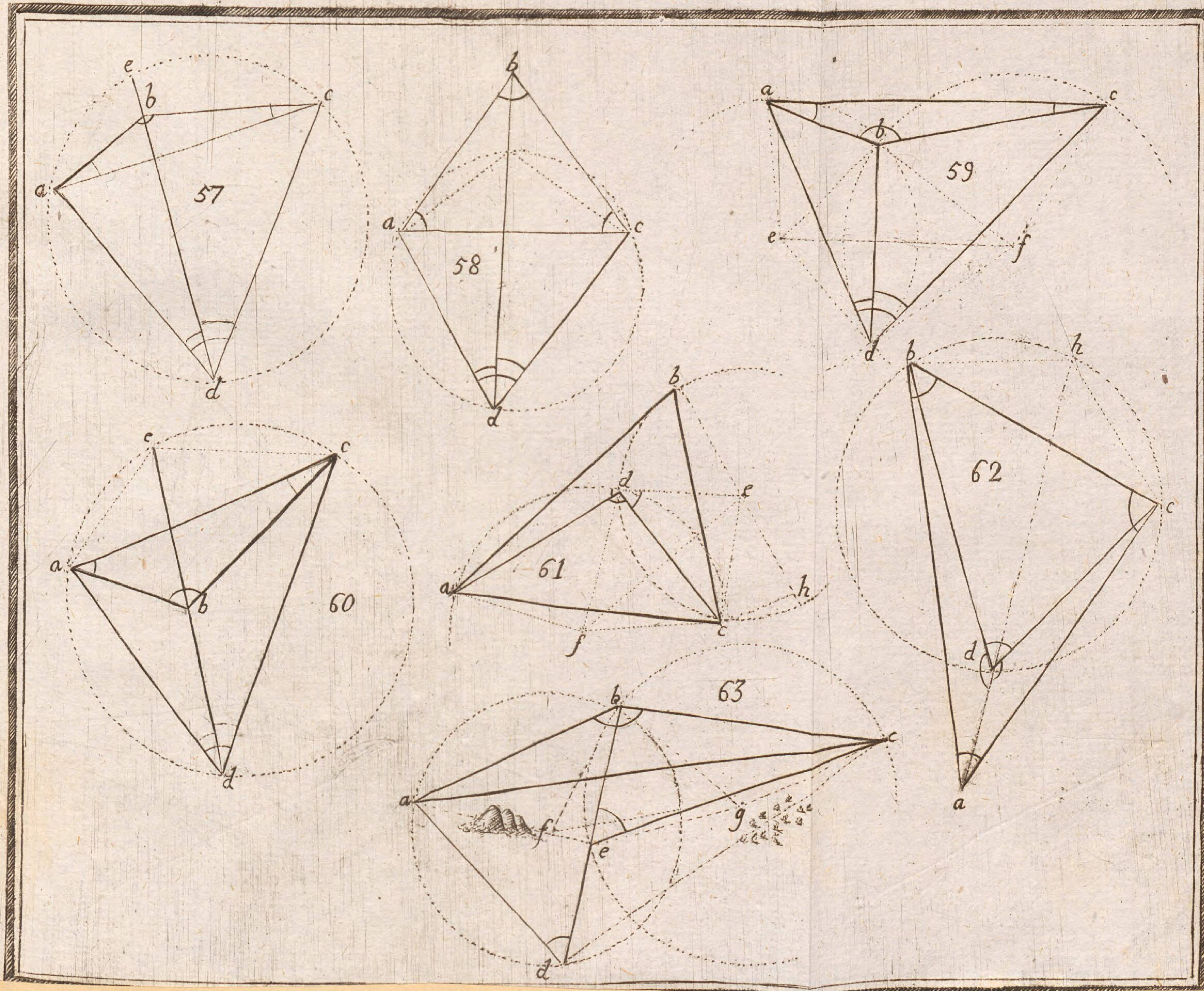

25
26
27
A
B
A
B
o
e
f
g
c
h
k
l
m
d
b
a
c
C
D
A
n
l
B
28
29
A
n
l
f
g
c
f
g
c
B
360
C
340
A
370
420
300
30
370
D
30
E
C
D
33
g
i
B
h
k
E
A
C
D
31
B
E
b
c
d
a
A
f
F
32

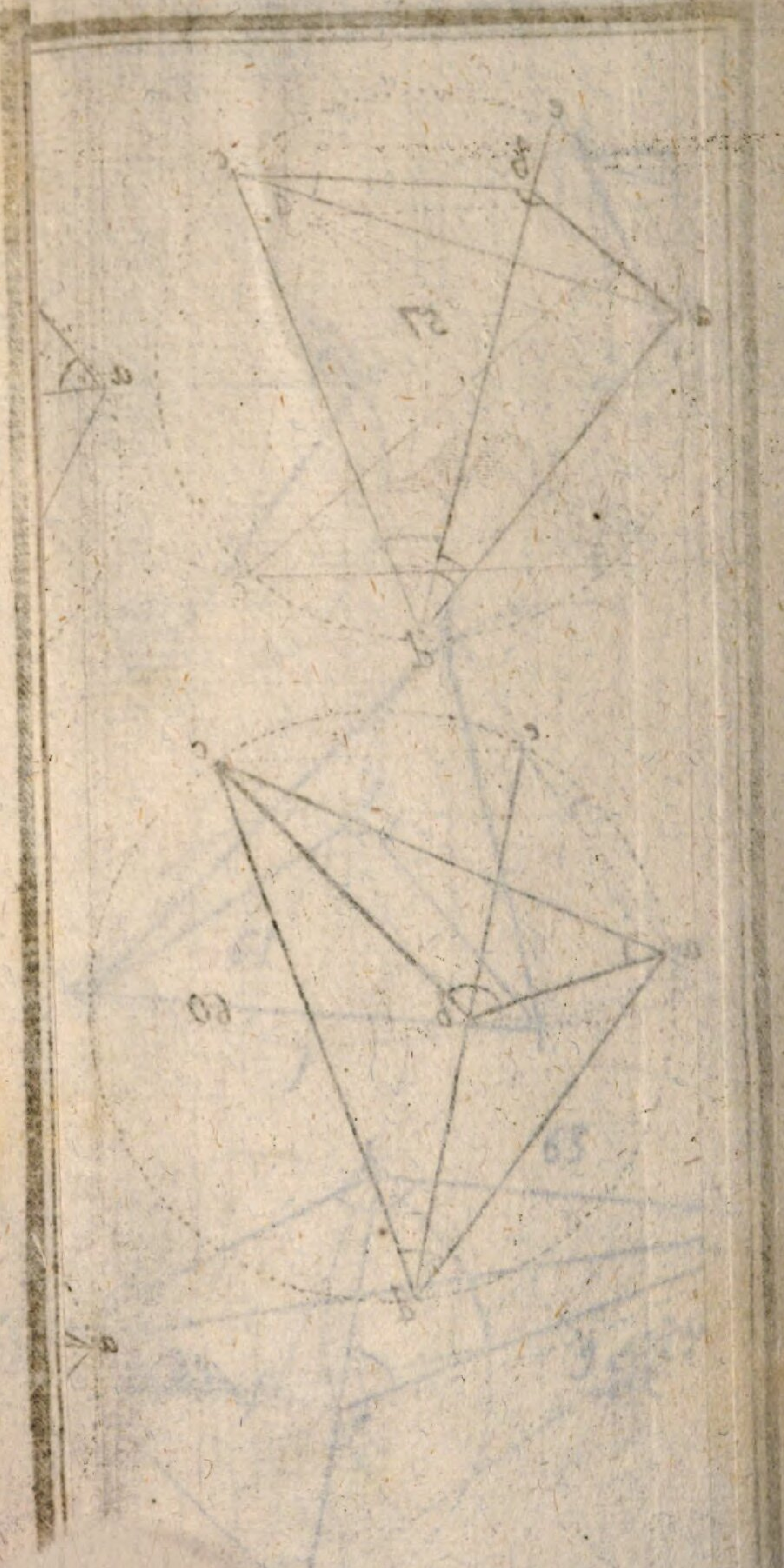

34
35
36
37
38
39
40
41
42
43
44



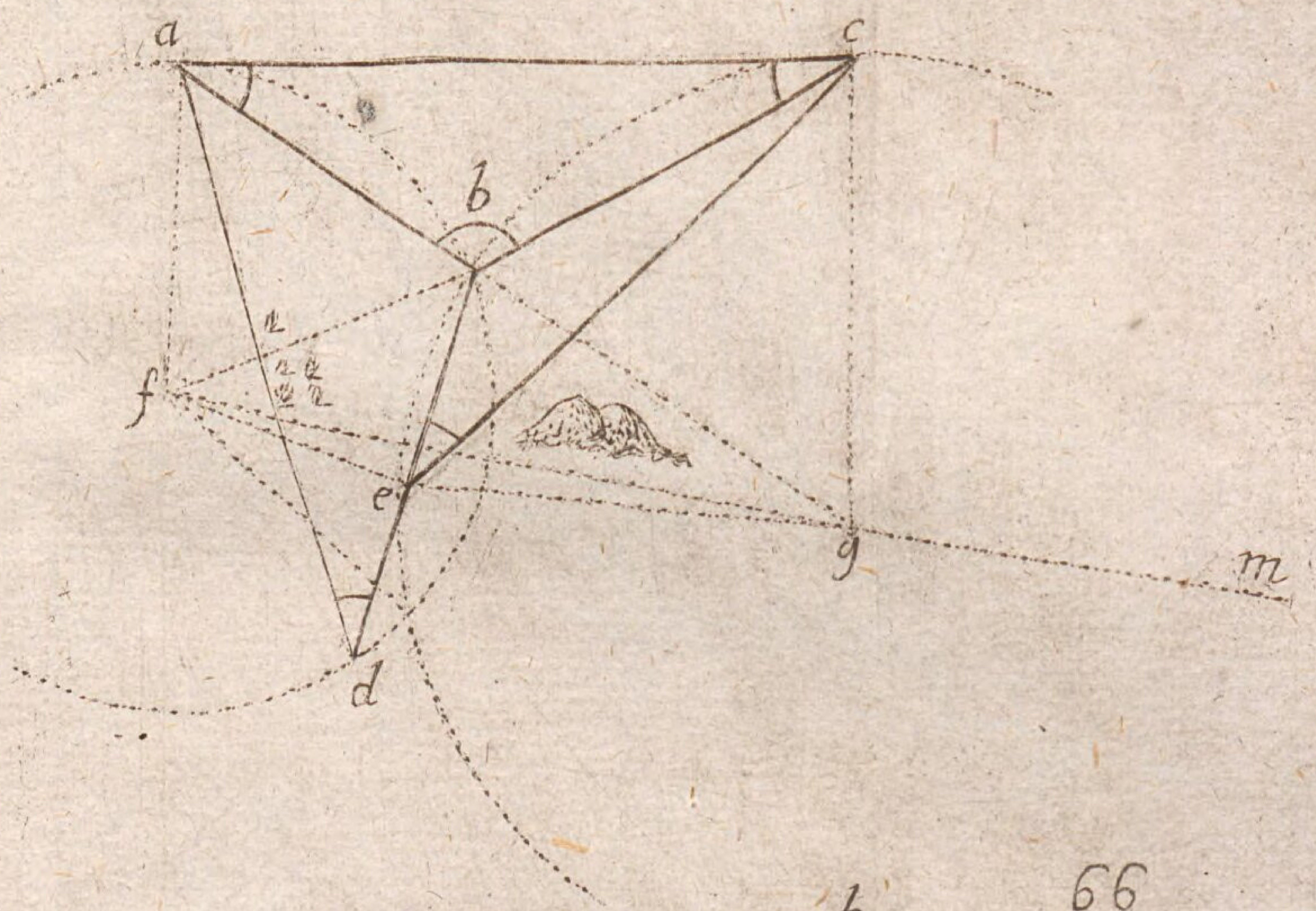

45
46
47
48
49
50
51
52
53
54
55
56

P.II. Tab.VI.

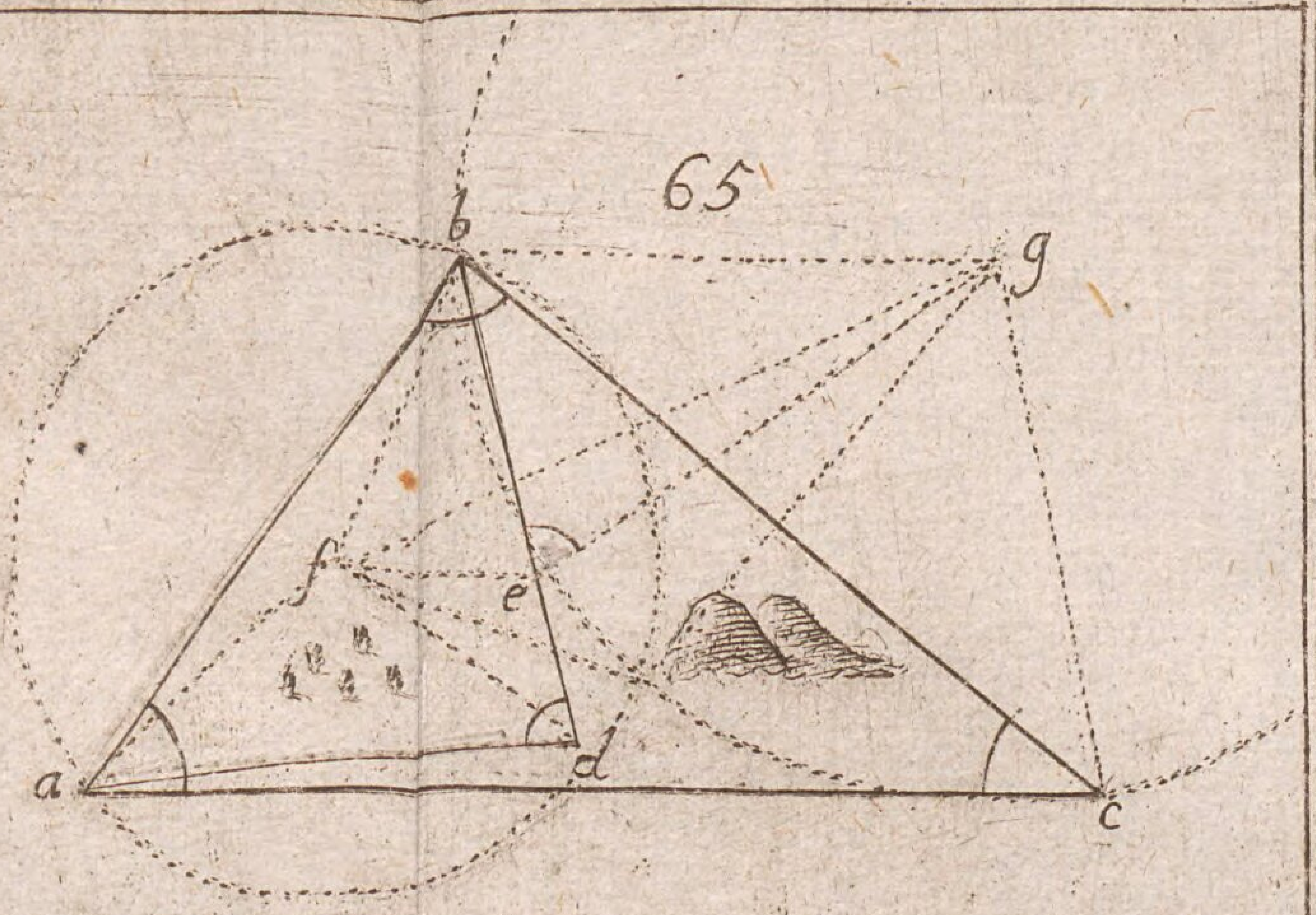

57
e b c a d
58
b a c d
59
a c b e f d
60
e c a b d
61
b d e a c h f
62
b h c d a
63
b c a f g e d



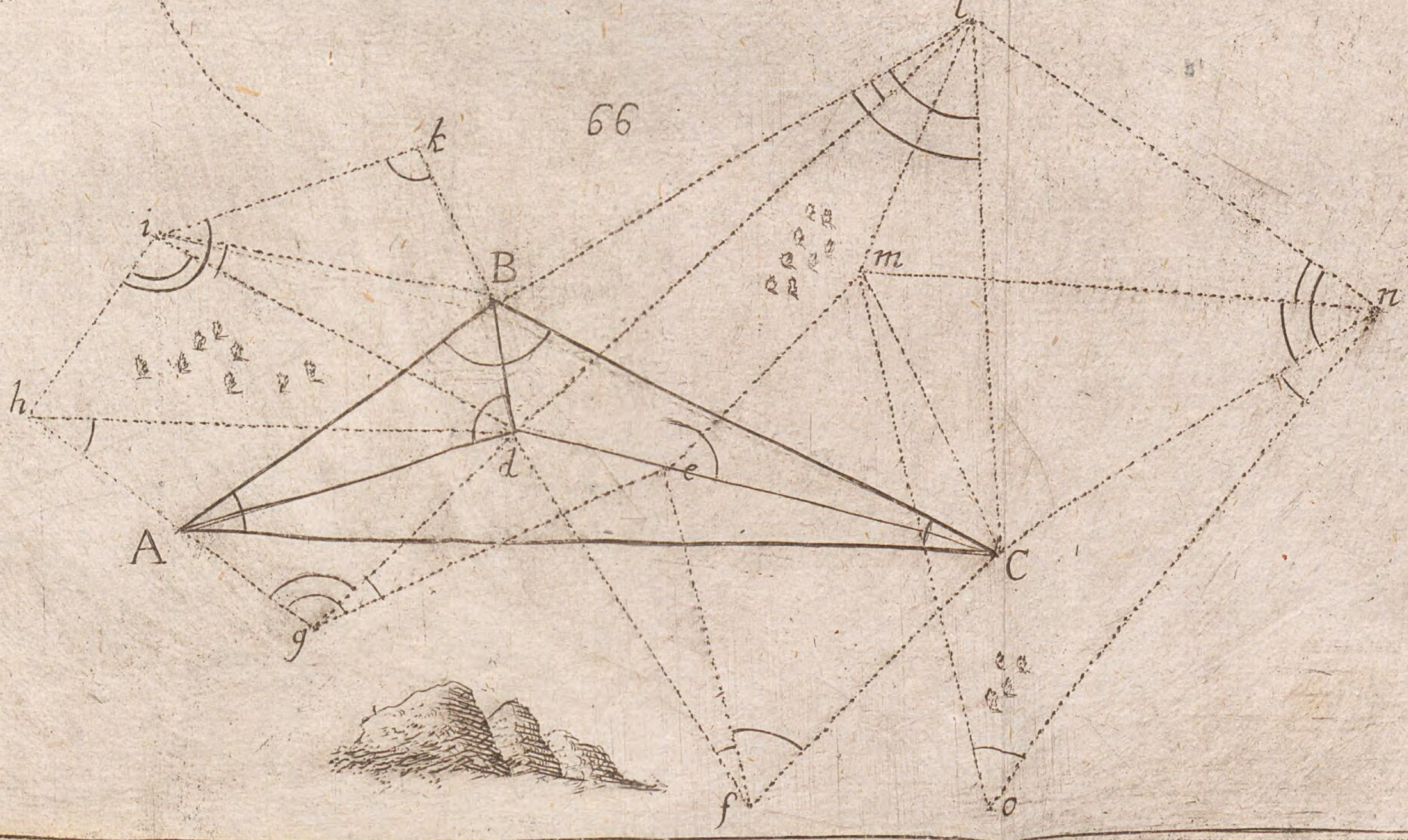
64

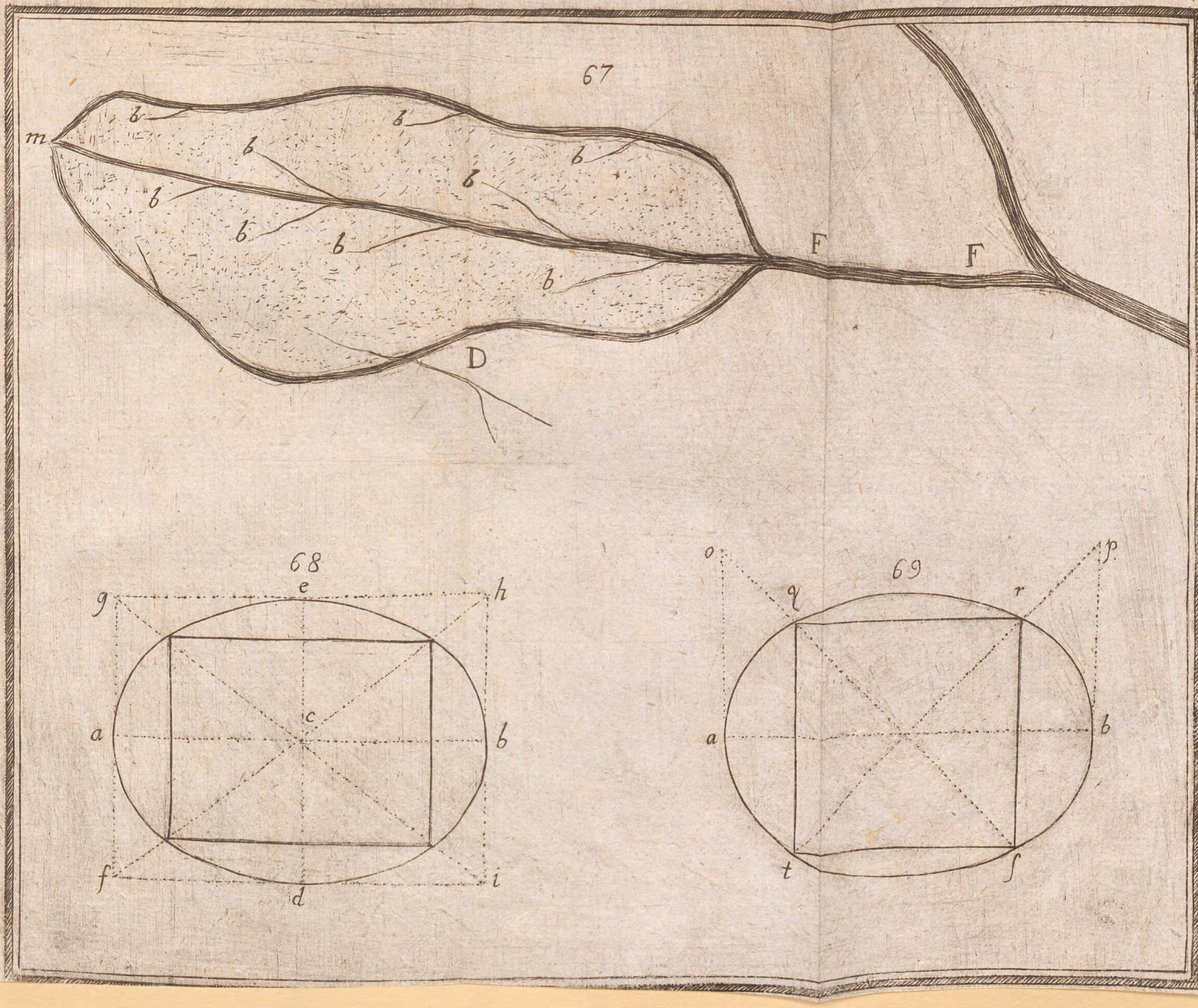


65



66




67
m
b
b
b
b
b
b
b
b
b
F
F
D
68
e
g
h
c
a
b
f
d
i
69
o
p
q
r
a
b
t
s

BSB Bayerische StaatsBibliothek
MDZ Münchener DigitalisierungsZentrum Digitale Bibliothek

Die Geometrie in ihren Grundsätzen

München 1793

Math.p. 173
urn:nbn:de:bvb:12-bsb10081822-6
VD18 10603190-002